Лабораторная работа №3.
Метод последовательных приближений Крылова — Черноусько

Задание. Решить численно предложенные задачи оптимального управления, используя метод последовательных приближений Крылова — Черноусько (см. указания). Во всех вариантах $\varepsilon_h = 0.1, \varepsilon_J = 0.05$.

Оценка. Работа, сданная в срок, оценивается максимум в 10 баллов. Работа, сданная не в срок, оценивает максимум в 5 баллов.

Варианты заданий

Вариант 1.

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_3 \\ \dot{x}_2 = x_4 \\ \dot{x}_3 = u_1 \\ \dot{x}_4 = u_2 \end{cases}, \qquad \begin{matrix} x_1(0) = -3 \\ x_2(0) = 3 \\ x_3(0) = 0.5 \\ x_4(0) = -0.5 \end{matrix}, \qquad t \in [0, 3],$$

$$u \in U = \left\{ u \in \mathbb{R}^2 : |u_i| \leqslant 1, i = 1, 2 \right\} \qquad J = x_1^2(3) + x_2^2(3) \longrightarrow \min \ .$$

Начальное приближение $u^0(t) = (1, 0.5)^T$.

Вариант 2.

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_3 \\ \dot{x}_2 = x_4 \\ \dot{x}_3 = u_1 \\ \dot{x}_4 = u_2 \end{cases}, \qquad \begin{matrix} x_1(0) = -3 \\ x_2(0) = 2 \\ x_3(0) = -0.3 \\ x_4(0) = 0.5 \end{matrix}, \qquad t \in [0, T],$$

$$u \in U = \left\{ u \in \mathbb{R}^2 : |u_i| \leqslant 1, i = 1, 2 \right\},$$

$$h(x(T)) = x_1^2(T) + x_2^2(T) - 1 \ , \qquad J(u) = T \longrightarrow \min .$$

Начальное приближение $u^0(t) = \begin{cases} (0.6, -1)^T & t \in [0, 0.5] \\ (0.75, -0.5)^T & t > 0.5 \end{cases}.$

Вариант 3.

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_3 \\ \dot{x}_2 = x_4 \\ \dot{x}_3 = u_1 \\ \dot{x}_4 = u_2 \end{cases}, \qquad \begin{matrix} x_1(0) = -3 \\ x_2(0) = -3 \\ x_3(0) = 1 \\ x_4(0) = 1 \end{matrix}, \qquad t \in [0, T],$$

$$u \in U = \left\{ u \in \mathbb{R}^2 : |u_i| \leqslant 1, i = 1, 2 \right\},$$

$$h(x(T)) = x_1^2(T) + x_2^2(T) - 1 \ , \qquad J(u) = -T \longrightarrow \min .$$

Начальное приближение $u^0(t) = (0, 0)^T$.

Вариант 4.

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_3 \\ \dot{x}_2 = x_4 \\ \dot{x}_3 = -2x_3 + u_1 \\ \dot{x}_4 = -2x_4 + u_2 \end{cases}, \qquad \begin{matrix} x_1(0) = -1 \\ x_2(0) = 4 \\ x_3(0) = 0.5 \\ x_4(0) = 0.5 \end{matrix}, \qquad t \in [0, 2],$$

$$u \in U = \left\{ u \in \mathbb{R}^2 : |u_i| \leqslant 1, i = 1, 2 \right\},$$
$$J(u) = x_1^2(2) + x_2^2(2) \longrightarrow \min.$$

Начальное приближение $u^0(t) = (0,0)^T$.

Вариант 5.

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_3 \\ \dot{x}_2 = x_4 \\ \dot{x}_3 = -2x_3 + u_1 \\ \dot{x}_4 = -2x_4 + u_2 \end{cases}, \qquad \begin{matrix} x_1(0) = 2 \\ x_2(0) = 3 \\ x_3(0) = 1 \\ x_4(0) = -0.5 \end{matrix}, \qquad t \in [0, T],$$
$$u \in U = \left\{ u \in \mathbb{R}^2 : |u_i| \leqslant 1, i = 1, 2 \right\},$$
$$h(T, x(T)) = x_2(T), \qquad J(u) = x_1(T) \longrightarrow \min.$$

Начальное приближение $u^0(t) = (-0.3, -0.2)^T$.

Вариант 6.

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_3 \\ \dot{x}_2 = x_4 \\ \dot{x}_3 = -2x_3 + u_1 \\ \dot{x}_4 = -2x_4 + u_2 \end{cases}, \qquad \begin{matrix} x_1(0) = -0.4 \\ x_2(0) = -0.68 \\ x_3(0) = 0.4 \\ x_4(0) = -0.4 \end{matrix}, \qquad t \in [0, T],$$
$$u \in U = \left\{ u \in \mathbb{R}^2 : |u_i| \leqslant 1, i = 1, 2 \right\},$$
$$h(T, x(T)) = x_1^2(T) + x_2^2(T) - 1, \qquad J(u) = T \longrightarrow \min.$$

Начальное приближение $u^0(t) = \begin{cases} (0.5, -0.5)^T & t \in [0, 0.5] \\ (0.3, 0.5)^T & t > 0.5 \end{cases}.$

Вариант 7.

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_3 \\ \dot{x}_2 = x_4 \\ \dot{x}_3 = u_1 \\ \dot{x}_4 = u_2 \end{cases}, \qquad \begin{matrix} x_1(0) = 0 \\ x_2(0) = 3 \\ x_3(0) = 0.5 \\ x_4(0) = -0.5 \end{matrix}, \qquad t \in [0, T],$$
$$u \in U = \left\{ u \in \mathbb{R}^2 : |u_i| \leqslant 1, i = 1, 2 \right\},$$
$$h(T, x(T)) = x_2(T), \qquad J = x_1^2(T) \longrightarrow \min \ .$$

Начальное приближение $u^0(t) = (0,0)^T$.

Вариант 8.

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_3 \\ \dot{x}_2 = x_4 \\ \dot{x}_3 = u_1 \\ \dot{x}_4 = u_2 \end{cases}, \qquad \begin{matrix} x_1(0) = 5 \\ x_2(0) = 1 \\ x_3(0) = -2 \\ x_4(0) = 1 \end{matrix}, \qquad t \in [0, T],$$
$$u \in U = \left\{ u \in \mathbb{R}^2 : |u_i| \leqslant 1, i = 1, 2 \right\},$$
$$h(T, x(T)) = x_1^2(T) + x_2^2(T) - 1, \qquad J = T \longrightarrow \min \ .$$

Начальное приближение $u^0(t) = \begin{cases} (1, -0.5)^T & t \in [0, 2] \\ (-1, 0.2)^T & t > 2 \end{cases}.$

Вариант 9.

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_3 \\ \dot{x}_2 = x_4 \\ \dot{x}_3 = -2x_3 + u_1 \\ \dot{x}_4 = -2x_4 + u_2 \end{cases}, \qquad \begin{matrix} x_1(0) = 3 \\ x_2(0) = -1 \\ x_3(0) = -1 \\ x_4(0) = -1 \end{matrix}, \qquad t \in [0, T],$$

$$u \in U = \left\{ u \in \mathbb{R}^2 : |u_i| \leqslant 1, i = 1, 2 \right\},$$

$$h(T, x(T)) = x_2(T), \qquad J(u) = x_1(T) \longrightarrow \min.$$

Начальное приближение $u^0(t) = (0.3, 0.6)^T$.

Вариант 10.

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_3 \\ \dot{x}_2 = x_4 \\ \dot{x}_3 = -2x_3 + u_1 \\ \dot{x}_4 = -2x_4 + u_2 \end{cases}, \qquad \begin{matrix} x_1(0) = -1.35 \\ x_2(0) = -0.68 \\ x_3(0) = -0.27 \\ x_4(0) = -0.18 \end{matrix}, \qquad t \in [0, T],$$

$$u \in U = \left\{ u \in \mathbb{R}^2 : |u_i| \leqslant 1, i = 1, 2 \right\},$$

$$h(T, x(T)) = x_1^2(T) + x_2^2(T) - 1, \qquad J(u) = -T \longrightarrow \min.$$

Начальное приближение $u^0(t) = \begin{cases} (-0.3, -0.2)^T & t \in [0, 0.5] \\ (1, -0.5)^T & t > 0.5 \end{cases}.$