

Домашняя работа №1.

Теория голосования

Предполагается знакомство со следующими методами определения победителя в голосовании:

- метод относительного большинства;
- метод относительного большинства с выбыванием;
- метод относительного большинства с последовательным исключением;
- метод Борда;
- обобщенный метод Борда;
- метод Кондорсе;
- метод Симпсона;
- метод Копленда.

Кроме того, необходимо знать основные аксиомы теории голосования:

- аксиому монотонности;
- аксиому анонимности;
- аксиому нейтральности;
- аксиому оптимальности по Парето;
- аксиому участия.

Оценка. Баллы за выполнение домашней работы распределяются следующим образом:

№	Подзадача	Балл
1	Нахождение победителя по разным правилам голосования	3
2	Проверить аксиомы, восстановить информацию о голосовании	2
3	Доказательство утверждения	5
ИТОГО		10

Срок выполнения. До 6.12.2012 г.

Форма сдачи работ. Домашняя работа сдается в бумажном виде (не обязательно рукописном). Для заданий, требующих доказательства, изложите весь ход мысли, даже если не удалось довести его до успешного завершения.

Варианты заданий

Вариант 1.

1) Определите победителя по всем известным вам правилам, используя данные из следующей таблицы:

Группа	I	II	III	IV	V	VI
Количество	4	3	4	1	3	10
1-е место	a	b	b	c	d	a
2-е место	b	c	a	d	b	d
3-е место	c	d	d	a	c	c
4-е место	d	a	c	b	a	b

2) В голосовании участвовал 21 избиратель и необходимо было определить победителя среди 5 кандидатов. К сожалению, таблица предпочтений была утеряна. Известно только, что в ней было 2 столбца (т.е. 2 различных профиля предпочтений избирателей). Объясните, почему в такой ситуации обязательно будет абсолютный победитель (получивший абсолютное большинство)? Почему этот победитель победит и при попарном сравнении со всеми остальными кандидатами?

3) Докажите, что если в голосовании с нечетным числом голосующих не будет победителя по Кондорсе, то в любом рейтинге кандидатов, построенном на основании попарного сравнения, как минимум 2 кандидата займут одно и то же место.

Вариант 2.

1) Определите победителя по всем известным вам правилам, используя данные из следующей таблицы:

Группа	I	II	III	IV	V	VI
Количество	4	3	4	2	3	9
1-е место	a	b	b	c	d	a
2-е место	b	c	a	d	b	d
3-е место	c	d	d	a	c	c
4-е место	d	a	c	b	a	b

2) Пусть необходимо сделать выбор из 4-х кандидатов (A, B, C и D), используя метод Борда. Всего избирателей 11 человек. После подсчета очков оказалось, что кандидат B получил 32 очка, кандидат C — 29 очков, а кандидат D — 18 очков. Сколько очков получил кандидат A? Кто победитель?

3) Выполняется ли для метода относительного большинства, методов Борда и Кондорсе аксиома оптимальности по Парето? Для каждого метода обоснуйте (докажите или приведите контрпример) свое утверждение.

Вариант 3.

1) Определите победителя по всем известным вам правилам, используя данные из следующей таблицы:

Группа	I	II	III	IV	V	VI
Количество	4	3	4	3	3	8
1-е место	a	b	b	c	d	a
2-е место	b	c	a	d	b	d
3-е место	c	d	d	a	c	c
4-е место	d	a	c	b	a	b

2) В голосовании принял участие 21 человек, выбор производился из 5 кандидатов по методу Борда. К сожалению, счетная комиссия запуталась в подсчете очков. По предложению одного из кандидатов, результаты были пересчитаны заново по следующей схеме: 4 очка за 1-е место, 3 очка за 2-е и так далее. Докажите, что результаты голосования при этом не изменятся.

3) Пусть предложен следующий критерий: если большинство голосующих предпочитает альтернативу x альтернативе y , то метод голосования должен поставить x выше y в итоговом рейтинге. Покажите на примерах, что метод относительного большинства, метод Борда и метод Кондорсе не удовлетворяют этому критерию.

Вариант 4.

1) Определите победителя по всем известным вам правилам, используя данные из следующей таблицы:

Группа	I	II	III	IV	V	VI
Количество	4	3	4	4	3	7
1-е место	a	b	b	c	d	a
2-е место	b	c	a	d	b	d
3-е место	c	d	d	a	c	c
4-е место	d	a	c	b	a	b

2) Критерий большинства заключается в следующем: если альтернативу x на 1-е место поставило больше 50% голосующих, то она должна стать победителем и по процедуре голосования. Критерий Кондорсе звучит так: если в заданных условиях существует победитель по Кондорсе, то процедура голосования должна выбрать победителем именно его. А теперь объясните (докажите), почему любой метод голосования, нарушающий критерий большинства, нарушает также и критерий Кондорсе?

3) Докажите, что если в голосовании с нечетным числом голосующих не будет победителя по Кондорсе, то в любом рейтинге кандидатов, построенном на основании попарного сравнения, как минимум 2 кандидата займут одно и то же место.

Вариант 5.

1) Определите победителя по всем известным вам правилам, используя данные из следующей таблицы:

Группа	I	II	III	IV	V	VI
Количество	4	3	4	5	3	6
1-е место	a	b	b	c	d	a
2-е место	b	c	a	d	b	d
3-е место	c	d	d	a	c	c
4-е место	d	a	c	b	a	b

2) Критерий большинства заключается в следующем: если альтернативу x на 1-е место поставило больше 50% голосующих, то она должна стать победителем и по процедуре голосования. Критерий Кондорсе звучит так: если в заданных условиях существует победитель по Кондорсе, то процедура голосования должна выбрать победителем именно его. Приведите теперь пример голосования по методу Борда, для которого критерий Кондорсе нарушается, а критерий большинства - нет.

3) Выполняется ли для метода относительного большинства, методов Борда и Кондорсе аксиома оптимальности по Парето? Для каждого метода обоснуйте (докажите или приведите контрпример) свое утверждение.

Вариант 6.

1) Определите победителя по всем известным вам правилам, используя данные из следующей таблицы:

Группа	I	II	III	IV	V	VI
Количество	4	3	4	6	3	5
1-е место	a	b	b	c	d	a
2-е место	b	c	a	d	b	d
3-е место	c	d	d	a	c	c
4-е место	d	a	c	b	a	b

2) Критерий Кондорсе звучит так: если в заданных условиях существует победитель по Кондорсе, то процедура голосования должна выбрать победителем именно его. Приведите пример голосования по методу относительного большинства с выбыванием, для которого критерий Кондорсе нарушался бы.

3) Пусть предложен следующий критерий: если большинство голосующих предпочитает альтернативу x альтернативе y , то метод голосования должен поставить x выше y в итоговом рейтинге. Покажите на примерах, что метод относительного большинства, метод Борда и метод Кондорсе не удовлетворяют этому критерию.

Вариант 7.

1) Определите победителя по всем известным вам правилам, используя данные из следующей таблицы:

Группа	I	II	III	IV	V	VI
Количество	4	3	4	7	3	4
1-е место	a	b	b	c	d	a
2-е место	b	c	a	d	b	d
3-е место	c	d	d	a	c	c
4-е место	d	a	c	b	a	b

2) Удовлетворяет ли метод относительного большинства аксиоме монотонности? А метод Кондорсе? Обосновать ответ (доказать или привести контрпример).

3) Докажите, что если в голосовании с нечетным числом голосующих не будет победителя по Кондорсе, то в любом рейтинге кандидатов, построенном на основании попарного сравнения, как минимум 2 кандидата займут одно и то же место.

Вариант 8.

1) Определите победителя по всем известным вам правилам, используя данные из следующей таблицы:

Группа	I	II	III	IV	V	VI
Количество	4	3	4	8	3	3
1-е место	a	b	b	c	d	a
2-е место	b	c	a	d	b	d
3-е место	c	d	d	a	c	c
4-е место	d	a	c	b	a	b

2) Критерий большинства заключается в следующем: если альтернативу x на 1-е место поставило больше 50% голосующих, то она должна стать победителем и по процедуре голосования. Объясните, почему метод относительного большинства с выбыванием

удовлетворяет этому критерию. Объясните, почему метод относительного большинства удовлетворяет аксиоме монотонности.

3) Выполняется ли для метода относительного большинства, методов Борда и Кондорсе аксиома оптимальности по Парето? Для каждого метода обоснуйте (докажите или приведите контрпример) свое утверждение.

Вариант 9.

1) Определите победителя по всем известным вам правилам, используя данные из следующей таблицы:

Группа	I	II	III	IV	V	VI
Количество	4	3	4	9	3	2
1-е место	a	b	b	c	d	a
2-е место	b	c	a	d	b	d
3-е место	c	d	d	a	c	c
4-е место	d	a	c	b	a	b

2) Критерий большинства заключается в следующем: если альтернативу x на 1-е место поставило больше 50% голосующих, то она должна стать победителем и по процедуре голосования. Объясните, почему метод относительного большинства с выбыванием удовлетворяет этому критерию. Удовлетворяет ли метод Кондорсе аксиоме монотонности? Ответ обосновать.

3) Пусть предложен следующий критерий: если большинство голосующих предпочитает альтернативу x альтернативе y , то метод голосования должен поставить x выше y в итоговом рейтинге. Покажите на примерах, что метод относительного большинства, метод Борда и метод Кондорсе не удовлетворяют этому критерию.

Вариант 10.

1) Определите победителя по всем известным вам правилам, используя данные из следующей таблицы:

Группа	I	II	III	IV	V	VI
Количество	4	3	4	10	3	1
1-е место	a	b	b	c	d	a
2-е место	b	c	a	d	b	d
3-е место	c	d	d	a	c	c
4-е место	d	a	c	b	a	b

2) Критерий большинства заключается в следующем: если альтернативу x на 1-е место поставило больше 50% голосующих, то она должна стать победителем и по процедуре голосования. Удовлетворяет ли метод Кондорсе этому критерию? Ответ обосновать. Объясните также, почему метод относительного большинства удовлетворяет аксиоме монотонности.

3) Выполняется ли для метода относительного большинства, методов Борда и Кондорсе аксиома оптимальности по Парето? Для каждого метода обоснуйте (докажите или приведите контрпример) свое утверждение.