

Домашняя работа №5

Кооперативные игры, C -ядро, вектор Шепли

I. 3 фабрики берут воду из одного и того же озера для нужд производства. В это же озеро они сбрасывают отходы. Чтобы очистить набираемую грязную воду, каждой фабрике надо тратить $k \cdot c$ долларов. Здесь k — число фабрик, которые не фильтруют отходы перед сбросом, c — постоянный параметр. Фильтрация отходов обходится в b долларов. Предполагается, что $c \leq b \leq 3 \cdot c$. Фабрики могут договариваться о совместных действиях по фильтрации отходов производства, то есть образовывать коалиции.

Найдите характеристическую функцию игры, постройте C -ядро и вектор Шепли любым удобным способом.

Параметры определяются по номеру варианта: $c = \text{номер варианта} + 2$ и $b = 2c$.

II. Пусть множество игроков имеет вид $I = \{c\} \cup W$, где $W = \{w_1, w_2, \dots, w_n\}$. Игрок c понимается как капиталист, владелец фабрики. Игроки w_i — рабочие, обладающие одинаковой средней производительностью труда. Без рабочей силы игрок c не может ничего произвести. Рабочие без капиталиста также ничего не могут произвести, т. к. не владеют производственными мощностями. Объединившись с владельцем фабрики, они производят некоторый товар в объеме $f(m)$, где m — число задействованных рабочих, $f: R^+ \rightarrow R^+$ — вогнутая неубывающая функция, проходящая через начало координат (в математической экономике она называется производственной функцией).

Найдите характеристическую функцию игры, постройте C -ядро и вектор Шепли любым удобным способом при условии, что $W = \{w_1, w_2\}$, а производственная функция определяется для каждого варианта следующим образом:

- | | | |
|-----------------------------|-----------------------------|-------------------------------|
| 1. $f(x) = x$ | 2. $f(x) = x^{\frac{2}{3}}$ | 3. $f(x) = \sqrt{x}$ |
| 4. $f(x) = \ln(x + 1)$ | 5. $f(x) = \arctg x$ | 6. $f(x) = \frac{1}{2}x$ |
| 7. $f(x) = \sqrt[3]{x}$ | 8. $f(x) = \sqrt{x} + x$ | 9. $f(x) = \sqrt[3]{x^2} + x$ |
| 10. $f(x) = x + \ln(x + 1)$ | | |