

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ, МОЛОДЁЖИ И СПОРТА
УКРАИНЫ
ОДЕССКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ имени И.И. МЕЧНИКОВА
Институт математики, экономики и механики

Кичмаренко О.Д., Платонова Е.В.

**Методические рекомендации
для самостоятельной работы студентов направлений подготовки
6.040301 прикладная математика
6.040201 математика
по курсу «Системы и методы принятия решений»
«РИСК. Методы оценки и измерения»**

ОДЕССА – 2012

ББК 22.18

УДК 519.81

Составители: О. Д. Кичмаренко канд. физ.-мат. наук, доц. кафедры
Оптимального управления и экономической кибернетики
Одесского национального университета имени И.И. Мечникова
Е. В. Платонова ст. преп. кафедры Оптимального управления и
экономической кибернетики Одесского национального
университета имени И.И. Мечникова

Рецензенты: А. А. Тингаев канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры высшей
математики и ИТ Одесского института финансов Украинского
государственного университета финансов и международной
торговли

О. Г. Рудык канд. физ.-мат. наук., доцент кафедры
компьютерных и инновационных технологий Одесского
национального университета имени И.И. Мечникова

Утверждено на заседании Учёного Совета Института математики, экономики
и механики Одесского национального университета имени И.И. Мечникова
Протокол №5 от 15.06.2012

© Кичмаренко О.Д.

© Платонова Е.В.

Содержание

ВВЕДЕНИЕ	5
I. СУЩНОСТЬ И КЛАССИФИКАЦИЯ ФИНАНСОВЫХ РИСКОВ ПРЕДПРИЯТИЯ.	6
РИСК И ЕГО ХАРАКТЕРИСТИКИ	6
КЛАССИФИКАЦИЯ РИСКОВ	8
ФУНКЦИИ РИСКА	17
II. УПРАВЛЕНИЕ РИСКОМ	19
ОСНОВНЫЕ ПРИНЦИПЫ И МЕТОДЫ УПРАВЛЕНИЯ РИСКОМ	19
ЭТАПЫ ПРОЦЕССА УПРАВЛЕНИЯ РИСКОМ	26
III. КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ СТЕПЕНИ РИСКА	28
ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ	36
IV. ПРИНЯТИЕ РЕШЕНИЙ В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЁННОСТИ	39
КЛАССИЧЕСКИЕ КРИТЕРИИ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ.....	41
1°. Минимаксный критерий.....	41
2°. Критерий Байеса – Лапласа	42
3°. Критерий Сэвиджа	43
4°. Пример и выводы.....	44
ПРОИЗВОДНЫЕ КРИТЕРИИ.....	46
1°. Критерий Гурвица.....	46
2°. Критерий Ходжа–Лемана.....	47
3°. Критерий Гермейера.....	48
4°. VL (MM)-критерий	49
5°. Критерий произведений	50
6°. Пример	51
ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ	55
ОДНОКРИТЕРИАЛЬНАЯ ЗАДАЧА ПРИ НЕОПРЕДЕЛЁННОСТИ	55
РИСК БЕЗВОЗВРАТНЫХ ВОЗМОЖНОСТЕЙ	60
ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ.	62
V. ФУНКЦИЯ ПОЛЕЗНОСТИ НЕЙМАНА-МОРГЕНШТЕРНА	63

ОСНОВНЫЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ И АКСИОМЫ	63
ИЗМЕРЕНИЕ ОТНОШЕНИЯ К РИСКУ	70
СТРАХОВАНИЕ ОТ РИСКА.....	73
ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ	77
ЛИТЕРАТУРА.....	80

Введение

Большинство экономических процессов происходит в условиях неопределённости, конфликтности и обусловленного ими риска. Мы можем принимать решения, которые уменьшают риск, но необходимо чётко понимать, что полностью исключить экономический и в том числе финансовый риск невозможно в принципе. Он существует согласно с объективными свойственными экономике категориями конфликтности и неопределённости, из-за отсутствия исчерпывающей информации, невозможности точно спрогнозировать целый ряд параметров экономических объектов и процессов. Основное задание менеджера – управлять риском, сводя его к допустимому уровню и уменьшая возможные убытки.

В пособии рассмотрено понятие финансового риска как одного из наиболее сложных категорий, связанных с осуществлением хозяйственной деятельности, его основные характеристики и классификация по различным признакам, этапы управления финансовыми рисками, а также различные способы измерения величины (меры) этих рисков и критерии оценки степени риска, критерии принятия решений в условиях неопределённостей с учётом отношения лица принимающего решение к риску.

I. Сущность и классификация финансовых рисков предприятия

Риск и его характеристики

Финансовая деятельность предприятия во всех ее формах сопряжена с многочисленными рисками, степень влияния которых на результаты этой деятельности существенно возрастает с переходом к рыночной экономике. Риски, сопровождающие эту деятельность, выделяются в особую группу *финансовых рисков*, играющих наиболее значимую роль в общем "портфеле рисков" предприятия. Возрастание степени влияния финансовых рисков на результаты финансовой деятельности предприятия связано с быстрой изменчивостью экономической ситуации в стране и конъюнктуры финансового рынка, расширением сферы финансовых отношений и ее "раскрепощением", появлением новых для нашей хозяйственной практики финансовых технологий и инструментов и рядом других факторов.

Финансовый риск является одной из наиболее сложных категорий, связанных с осуществлением хозяйственной деятельности, которой присущи следующие основные характеристики:

1. **Экономическая природа.** Финансовый риск проявляется в сфере экономической деятельности предприятия, прямо связан с формированием его прибыли и характеризуется возможными экономическими его потерями в процессе осуществления финансовой деятельности. С учетом перечисленных экономических форм своего проявления финансовый риск характеризуется как категория экономическая, занимая определенное место в системе экономических категорий, связанных с осуществлением хозяйственного процесса.

2. **Объективность проявления.** Финансовый риск является объективным явлением в функционировании любого предприятия; он сопровождает практически все виды финансовых операций и все направления его финансовой деятельности. Хотя ряд параметров

финансового риска зависят от субъективных управленческих решений, объективная природа его проявления остается неизменной.

3. Вероятность реализации. Вероятность категории финансового риска проявляется в том, что рисковое событие может произойти, а может и не произойти в процессе осуществления финансовой деятельности предприятия. Степень этой вероятности определяется действием как объективных, так и субъективных факторов, однако вероятностная природа финансового риска является постоянной его характеристикой.

4. Неопределенность последствий. Эта характеристика финансового риска определяется недетерминированностью его финансовых результатов, в первую очередь, уровня доходности осуществляемых финансовых операций. Ожидаемый уровень результативности финансовых операций может колебаться в зависимости от вида и уровня риска в довольно значительном диапазоне. Иными словами, финансовый риск может сопровождаться как существенными финансовыми потерями для предприятия, так и формированием дополнительных его доходов.

5. Ожидаемая неблагоприятность последствий. Хотя, как было отмечено выше, последствия проявления финансового риска могут характеризоваться как негативными, так и позитивными показателями результативности финансовой деятельности, этот риск в хозяйственной практике характеризуется и измеряется уровнем возможных неблагоприятных последствий. Это связано с тем, что ряд крайне негативных последствий финансового риска определяют потерю не только дохода, но и капитала предприятия, что приводит его к банкротству (т.е. к необратимым негативным последствиям для его деятельности).

6. Вариабельность уровня. Уровень финансового риска, присущий той или иной финансовой операции или определенному виду финансовой деятельности предприятия не является неизменным. Прежде всего, он существенно варьирует во времени, т.е. зависит от продолжительности осуществления финансовой операции, т.к. фактор времени оказывает

самостоятельное воздействие на уровень финансового риска (проявляемое через уровень ликвидности вкладываемых финансовых средств, неопределенность движения ставки ссудного процента на финансовом рынке и т.п.). Кроме того, показатель уровня финансового риска значительно варьирует под воздействием многочисленных объективных и субъективных факторов, которые находятся в постоянной динамике.

7. Субъективность оценки. Несмотря на объективную природу финансового риска как экономического явления основной оценочный его показатель — уровень риска — носит субъективный характер. Эта субъективность, т.е. неравнозначность оценки данного объективного явления, определяется различным уровнем полноты и достоверности информационной базы, квалификации финансовых менеджеров, их опыта в сфере риск-менеджмента и другими факторами.

Рассмотренные характеристики категории финансового риска позволяют следующим образом сформулировать его понятие:

Под финансовым риском предприятия понимается вероятность возникновения неблагоприятных финансовых последствий в форме потери дохода или капитала в ситуации неопределенности условий осуществления его финансовой деятельности.

Классификация рисков

Финансовые риски предприятия характеризуются большим многообразием и в целях осуществления эффективного управления ими классифицируются по следующим основным признакам:

1. По видам. Этот классификационный признак финансовых рисков является основным параметром их дифференциации в процессе управления. Характеристика конкретного вида риска одновременно дает представление о генерирующем его факторе, что позволяет "привязать" оценку степени вероятности возникновения и размера возможных финансовых потерь по данному виду риска к динамике соответствующего фактора. Видовое разнообразие финансовых рисков в классификационной их системе представлено в наиболее

широком диапазоне. При этом следует отметить, что появление новых финансовых технологий, использование новых финансовых инструментов и другие инновационные факторы будут соответственно порождать и новые виды финансовых рисков.

На современном этапе к числу основных видов финансовых рисков предприятия относятся следующие

- *Риск снижения финансовой устойчивости (или риск нарушения равновесия финансового развития) предприятия.* Этот риск генерируется несовершенством структуры капитала (чрезмерной долей используемых заемных средств), порождающим несбалансированность положительного и отрицательного денежных потоков предприятия по объемам. Природа этого риска и формы его проявления рассмотрены в процессе изложения действия механизма финансового левиреджа. В составе финансовых рисков по степени опасности (генерирования угрозы банкротства предприятия) этот вид риска играет ведущую роль.

- *Риск неплатежеспособности (или риск несбалансированной ликвидности) предприятия.* Этот риск генерируется снижением уровня ликвидности оборотных активов, порождающим разбалансированность положительного и отрицательного денежных потоков предприятия во времени. По своим финансовым последствиям этот вид риска также относится к числу наиболее опасных.

- *Инвестиционный риск.* Он характеризует возможность возникновения финансовых потерь в процессе осуществления инвестиционной деятельности предприятия. В соответствии с видами этой деятельности разделяются и виды инвестиционного риска — риск реального инвестирования и риск финансового инвестирования. Все рассмотренные виды финансовых рисков, связанных с осуществлением инвестиционной деятельности, относятся к так называемым "сложным рискам", подразделяющимся в свою очередь на отдельные их подвиды. Так, например, в составе риска реального инвестирования могут быть выделены риски несвоевременной подготовки

инвестиционного проекта; несвоевременного завершения проектно-конструкторских работ; несвоевременного окончания строительно-монтажных работ; несвоевременного открытия финансирования по инвестиционному проекту; потери инвестиционной привлекательности проекта в связи с возможным снижением его эффективности и т.п. Так как все подвиды инвестиционных рисков связаны с возможной потерей капитала предприятия, они также включаются в группу наиболее опасных финансовых рисков.

- *Инфляционный риск.* В условиях инфляционной экономики он выделяется в самостоятельный вид финансовых рисков. Этот вид риска характеризуется возможностью обесценения реальной стоимости капитала (в форме финансовых активов предприятия), а также ожидаемых доходов от осуществления финансовых операций в условиях инфляции. Так как этот вид риска в современных условиях носит постоянный характер и сопровождает практически все финансовые операции предприятия, в финансовом менеджменте ему уделяется постоянное внимание.

- *Процентный риск.* Он состоит в непредвиденном изменении процентной ставки на финансовом рынке (как депозитной, так и кредитной). Причиной возникновения данного вида финансового риска (если элиминировать ранее рассмотренную инфляционную его составляющую) является изменение конъюнктуры финансового рынка под воздействием государственного регулирования, рост или снижение предложения свободных денежных ресурсов и другие факторы. Отрицательные финансовые последствия этого вида риска проявляются в эмиссионной деятельности предприятия (при эмиссии как акций, так и облигаций), в его дивидендной политике, в краткосрочных финансовых вложениях и некоторых других финансовых операциях.

- *Валютный риск.* Этот вид риска присущ предприятиям, ведущим внешнеэкономическую деятельность (импортирующим сырье, материалы и полуфабрикаты и экспортирующим готовую продукцию). Он проявляется в

недополучении предусмотренных доходов в результате непосредственного воздействия изменения обменного курса иностранной валюты, используемой во внешнеэкономических операциях предприятия, на ожидаемые денежные потоки от этих операций. Так, импортируя сырье и материалы, предприятие проигрывает от повышения обменного курса соответствующей иностранной валюты по отношению к национальной. Снижение же этого курса определяет финансовые потери предприятия при экспорте готовой продукции.

- *Депозитный риск.* Этот риск отражает возможность невозврата депозитных вкладов (непогашения депозитных сертификатов). Он встречается относительно редко и связан с неправильной оценкой и неудачным выбором коммерческого банка для осуществления депозитных операций предприятия. Тем не менее, случаи реализации депозитного риска встречаются не только в нашей стране, но и в странах с развитой рыночной экономикой.

- *Кредитный риск.* Он имеет место в финансовой деятельности предприятия при предоставлении им товарного (коммерческого) или потребительского кредита покупателям. Формой его проявления является риск неплатежа или несвоевременного расчета за отпущенную предприятием в кредит готовую продукцию, а также превышения расчетного бюджета по инкассированию долга.

- *Налоговый риск.* Этот вид финансового риска имеет ряд проявлений: вероятность введения новых видов налогов и сборов на осуществление отдельных аспектов хозяйственной деятельности; возможность увеличения уровня ставок действующих налогов и сборов; изменение сроков и условий осуществления отдельных налоговых платежей; вероятность отмены действующих налоговых льгот в сфере хозяйственной деятельности предприятия. Являясь для предприятия непредсказуемым (об этом свидетельствует современная отечественная фискальная политика), он

оказывает существенное воздействие на результаты его финансовой деятельности.

- *Структурный риск.* Этот вид риска генерируется неэффективным финансированием текущих затрат предприятия, обуславливающим высокий удельный вес постоянных издержек в общей их сумме. Высокий коэффициент операционного леввериджа при неблагоприятных изменениях конъюнктуры товарного рынка и снижении валового объема положительного денежного потока по операционной деятельности генерирует значительно более высокие темпы снижения суммы чистого денежного потока по этому виду деятельности (механизм проявления этого вида риска подробно рассмотрен при изложении вопроса операционного леввериджа).

- *Криминогенный риск.* В сфере финансовой деятельности предприятий он проявляется в форме объявления его партнерами фиктивного банкротства; подделки документов, обеспечивающих незаконное присвоение сторонними лицами денежных и других активов; хищения отдельных видов активов собственным персоналом и другие. Значительные финансовые потери, которые в связи с этим несет предприятия на современном этапе, обуславливают выделение криминогенного риска в самостоятельный вид финансовых рисков.

- *Прочие виды рисков.* Группа прочих финансовых рисков довольно обширна, но по вероятности возникновения или уровню финансовых потерь она не столь значима для предприятий, как рассмотренные выше. К ним относятся риски стихийных бедствий и другие аналогичные "форс-мажорные риски", которые могут привести не только к потере предусматриваемого дохода, но и части активов предприятия (основных средств; запасов товарно-материальных ценностей); риск несвоевременного осуществления расчетно-кассовых операций (связанный с неудачным выбором обслуживающего коммерческого банка); риск эмиссионный и другие.

2. По характеризуемому объекту выделяют следующие группы финансовых рисков:

- *риск отдельной финансовой операции*. Он характеризует в комплексе весь спектр видов финансовых рисков, присущих определенной финансовой операции (например, риск присущий приобретению конкретной акции);

- *риск различных видов финансовой деятельности* (например, риск инвестиционной или кредитной деятельности предприятия);

- *риск финансовой деятельности предприятия в целом*. Комплекс различных видов рисков, присущих финансовой деятельности предприятия, определяется спецификой организационно-правовой формы его деятельности, структурой капитала, составом активов, соотношением постоянных и переменных издержек и т.п.

3. По совокупности исследуемых инструментов финансовые риски подразделяются на следующие группы:

- *индивидуальный финансовый риск*. Он характеризует совокупный риск присущий отдельным финансовым инструментам;

- *портфельный финансовый риск*. Он характеризует совокупный риск, присущий комплексу однофункциональных финансовых инструментов, объединенных в портфель (например, кредитный портфель предприятия, его инвестиционный портфель и т.п.).

4. По комплексности исследования выделяют следующие группы рисков:

- *простой финансовый риск*. Он характеризует вид финансового риска, который не расчленяется на отдельные его подвиды. Примером простого финансового риска является риск инфляционный;

- *сложный финансовый риск*. Он характеризует вид финансового риска, который состоит из комплекса рассматриваемых его подвидов. Примером сложного финансового риска является риск инвестиционный (например, риск инвестиционного проекта).

5. По источникам возникновения выделяют следующие группы финансовых рисков:

- *внешний, систематический или рыночный риск* (все термины определяют этот риск как независящий от деятельности предприятия). Этот вид риска характерен для всех участников финансовой деятельности и всех видов финансовых операций. Он возникает при смене отдельных стадий экономического цикла, изменении конъюнктуры финансового рынка и в ряде других аналогичных случаев, на которые предприятие в процессе своей деятельности повлиять не может. К этой группе рисков могут быть отнесены инфляционный риск, процентный риск, валютный риск, налоговый риск и частично инвестиционный риск (при изменении макроэкономических условий инвестирования);

- *внутренний, несистематический или специфический риск* (все термины определяют этот финансовый риск как зависящий от деятельности конкретного предприятия). Он может быть связан с некачественным финансовым менеджментом, неэффективной структурой активов и капитала, чрезмерной приверженностью к рискованным (агрессивным) финансовым операциям с высокой нормой прибыли, недооценкой хозяйственных партнеров и другими аналогичными факторами, отрицательные последствия которых в значительной мере можно предотвратить за счет эффективного управления финансовыми рисками.

Деление финансовых рисков на систематический и несистематический является одной из важных исходных предпосылок теории управления рисками.

6. По финансовым последствиям все риски подразделяются на такие группы:

- *риск, влекущий только экономические потери*. При этом виде риска финансовые последствия могут быть только отрицательными (потеря дохода или капитала);

- *риск, влекущий упущенную выгоду.* Он характеризует ситуацию, когда предприятие в силу сложившихся объективных и субъективных причин не может осуществить запланированную финансовую операцию (например, при снижении кредитного рейтинга предприятие не может получить необходимый кредит и использовать эффект финансового левириджа);

- *риск, влекущий как экономические потери, так и дополнительные доходы.* В литературе этот вид финансового риска часто называется "спекулятивным финансовым риском", так как он связывается с осуществлением спекулятивных (агрессивных) финансовых операций.

Однако этот термин (в такой увязке) представляется не совсем точным, так как данный вид риска присущ не только спекулятивным финансовым операциям (например, риск реализации реального инвестиционного проекта, доходность которого в эксплуатационной стадии может быть ниже или выше расчетного уровня).

7. По характеру проявления во времени выделяют две группы финансовых рисков:

- *постоянный финансовый риск.* Он характерен для всего периода осуществления финансовой операции и связан с действием постоянных факторов. Примером такого финансового риска является процентный риск, валютный риск и т.п.

- *временный финансовый риск.* Он характеризует риск, носящий перманентный характер, возникающий лишь на отдельных этапах осуществления финансовой операции. Примером такого вида финансового риска является риск неплатежеспособности эффективно функционирующего предприятия.

8. По уровню финансовых потерь риски подразделяются на следующие группы:

- *допустимый финансовый риск.* Он характеризует риск, финансовые потери по которому не превышают расчетной суммы прибыли по осуществляемой финансовой операции;

- *критический финансовый риск*. Он характеризует риск, финансовые потери по которому не превышают расчетной суммы валового дохода по осуществляемой финансовой операции;

- *катастрофический финансовый риск*. Он характеризует риск, финансовые потери по которому определяются частичной или полной утратой собственного капитала (этот вид риска может сопровождаться утратой и заемного капитала).

9. По возможности предвидения финансовые риски подразделяются на две группы:

- *прогнозируемый финансовый риск*. Он характеризует те виды рисков, которые связаны с циклическим развитием экономики, сменой стадий конъюнктуры финансового рынка, предсказуемым развитием конкуренции и т.п. Предсказуемость финансовых рисков носит относительный характер, так как прогнозирование со 100%-ным результатом исключает рассматриваемое явление из категории рисков. Примером прогнозируемых финансовых рисков являются инфляционный риск, процентный риск и некоторые другие их виды (естественно, речь идет о прогнозировании риска в краткосрочном периоде);

- *непрогнозируемый финансовый риск*. Он характеризует виды финансовых рисков, отличающихся полной непредсказуемостью проявления. Примером таких рисков выступают риски форс-мажорной группы, налоговый риск и некоторые другие.

Соответственно этому классификационному признаку финансовые риски подразделяются также на *регулируемые* и *нерегулируемые* в рамках предприятия.

10. По возможности страхования финансовые риски подразделяются также на две группы:

- *страхуемый финансовый риск*. К ним относятся риски, которые могут быть переданы в порядке внешнего страхования соответствующим

страховым организациям (в соответствии с номенклатурой финансовых рисков, принимаемых ими к страхованию);

- *нестраховый финансовый риск*. К ним относятся те их виды, по которым отсутствует предложение соответствующих страховых продуктов на страховом рынке.

Состав рисков этих рассматриваемых двух групп очень подвижен и связан не только с возможностью их прогнозирования, но и с эффективностью осуществления отдельных видов страховых операций в конкретных экономических условиях при сложившихся формах государственного регулирования страховой деятельности.

Учитывая экономическую нестабильность развития страны, раннюю стадию жизненного цикла многих созданных в последнее десятилетие предприятий, а соответственно и преимущественно агрессивный менталитет их руководителей и финансовых менеджеров, можно констатировать, что принимаемые ими финансовые риски отличаются большим разнообразием и достаточно высоким уровнем в сравнении с портфелем этих рисков у предприятий, функционирующих в странах с развитой рыночной экономикой.

ФУНКЦИИ РИСКА

Риск нельзя рассматривать только как неблагоприятное явление. Осознание опасности мобилизует силы человека, заставляет быть осторожной, стимулирует получение нужных знаний, оказывает содействие стремлению заниматься тем видом деятельности, которая приносит реальные плоды.

В экономической литературе выделяют следующие функции риска:

- инновационная;
- регулятивная;
- защитная;
- аналитическая.

Инновационная функция риска заключается в поиске нетрадиционных путей решения экономических проблем. В большинстве случаев экономический успех и конкурентоспособность достигается на основе инновационной деятельности.

Регулятивная функция проявляется в конструктивной и деструктивной формах.

Конструктивная форма регулирующей функции заключается в том, что способность рисковать – один из путей успешной деятельности лица, принимающего решения и она позволяет преодолеть консерватизм, догматизм, косность, психологические барьеры препятствующим перспективным нововведениям.

Деструктивная форма регулирующей функции заключается в том, что принимаются необоснованные, невзвешенные, неразумные решения, иногда при отсутствии полной информации, должного учета закономерностей развития явлений, что порождает авантюризм, субъективизм. Правомерность нововведения: 70 – 30% (надежда на 70% успеха и 30% на неудачу).

Защитная функция состоит в том, что риск – не только естественное состояние для лица, принимающего решения, но терпимое отношение к неудачам. Инициативным, предприимчивым хозяйственникам нужна социальная защита, правовые, политические, экономические гарантии, исключающие в случае неудачи наказания и стимулирующие оправданный риск. Надо не компрометировать дело и имидж лиц, принимающих решение. Ошибка вследствие рассчитанного риска должна рассматриваться как неотъемлемый момент самостоятельности.

Аналитическая функция предполагает анализ всех возможных альтернатив, вариантов решений и выбор наиболее рентабельных и наименее рискованных вариантов решений. В простых случаях опираются на интуицию, прошлый опыт. При выборе оптимальных решений следует использовать специальные методы анализа.

II. Управление риском

Основные принципы и методы управления риском

Риск-менеджмент представляет собой систему управления риском и экономическими, точнее, финансовыми отношениями, возникающими в процессе этого управления. Риск-менеджмент включает в себя стратегию и тактику управления.

Под стратегией управления понимаются направление и способ использования средств для достижения поставленной цели.

Тактика – это конкретные методы и приемы для достижения поставленной цели в конкретных условиях.

Риск-менеджмент как система управления состоит из двух подсистем: управляемой подсистемы (объекта управления: рисковые вложения капитала, отношения между страхователем и страховщиком, заемщиком и кредитором, партнерами, конкурентами) и управляющей подсистемы (субъекта управления: финансовый менеджер, специалист по страхованию, аквизитор, актуарий, андеррайтер).

Практика управления риском выработала ряд принципов, которыми следует руководствоваться субъекту управления:

1. Осознанность принятия рисков. Финансовый менеджер должен сознательно идти на риск, если он надеется получить соответствующий доход от осуществления финансовой операции. Естественно, по отдельным операциям после оценки уровня риска можно принять тактику "избегания риска", однако полностью исключить риск из финансовой деятельности предприятия невозможно, так как финансовый риск — объективное явление, присущее большинству хозяйственных операций.

2. Управляемость принимаемыми рисками. В состав портфеля финансовых рисков должны включиться преимущественно те из них, которые поддаются нейтрализации в процессе управления независимо от их объективной или субъективной природы. Только по таким видам рисков

финансовый менеджер может использовать весь арсенал внутренних механизмов их нейтрализации, т.е. проявить искусство управления ими. Риски неуправляемые, например, риски форс-мажорной группы, можно только передать внешнему страховщику.

3. Независимость управления отдельными рисками. Один из важнейших постулатов теории риск-менеджмента гласит, что риски независимы друг от друга и финансовые потери по одному из рисков портфеля необязательно увеличивают вероятность наступления рискового случая по другим финансовым рискам. Иными словами, финансовые потери по различным видам рисков независимы друг от друга и в процессе управления ими должны нейтрализоваться индивидуально.

4. Сопоставимость уровня принимаемых рисков с уровнем доходности финансовых операций. Этот принцип заключается в том, что предприятие должно принимать в процессе осуществления финансовой деятельности только те виды финансовых рисков, уровень которых не превышает соответствующего уровня доходности по шкале "доходность—риск". Любой вид риска, по которому уровень риска выше уровня ожидаемой доходности (с включенной в нее премией за риск) должен быть предприятием отвергнут (или соответственно должны быть пересмотрены размеры премии за данный риск).

5. Сопоставимость уровня принимаемых рисков с финансовыми возможностями предприятия. Ожидаемый размер финансовых потерь предприятия, соответствующий тому или иному уровню финансового риска, должен соответствовать той доле капитала, которая обеспечивает внутреннее страхование рисков. В противном варианте наступление рискового случая повлечет за собой потерю определенной части активов, обеспечивающих операционную или инвестиционную деятельность предприятия, т.е. снизит его потенциал формирования прибыли и темпы предстоящего развития. Размер рискового капитала, включающего и соответствующие внутренние страховые фонды, должен быть определен предприятием заранее и служить

рубежом принятия тех видов финансовых рисков, которые не могут быть переданы партнеру по операции или внешнему страховщику.

6. Экономичность управления рисками. Основу управления финансовыми рисками составляет нейтрализация их негативных финансовых последствий для деятельности предприятия при возможном наступлении рискованного случая. Вместе с тем, затраты предприятия по нейтрализации соответствующего финансового риска не должны превышать суммы возможных финансовых потерь по нему даже при самой высокой степени вероятности наступления рискованного случая. Критерий экономичности управления рисками должен соблюдаться при осуществлении как внутреннего, так и внешнего страхования финансовых рисков.

7. Учет временного фактора в управлении рисками. Чем длиннее период осуществления финансовой операции, тем шире диапазон сопутствующих ей рисков, тем меньше возможностей обеспечивать нейтрализацию их негативных финансовых последствий по критерию экономичности управления рисками. При необходимости осуществления таких финансовых операций предприятие должно обеспечить получение необходимого дополнительного уровня доходности по ней не только за счет премии за риск, но и премии за ликвидность (так как период осуществления финансовой операции представляет собой период "замороженной ликвидности" вложенного в нее капитала). Только в этом случае у предприятия будет сформирован необходимый финансовый потенциал для нейтрализации негативных финансовых последствий по такой операции при возможном наступлении рискованного случая.

8. Учет финансовой стратегии предприятия в процессе управления рисками. Система управления финансовыми рисками должна базироваться на общих критериях избранной предприятием финансовой стратегии (отражающей его финансовую идеологию по отношению к уровню допустимых рисков), а также финансовой политики по отдельным направлениям финансовой деятельности. Как было установлено ранее,

большинство направлений финансовой политики по вопросам управления финансовой деятельностью предприятия включают как обязательный элемент уровень допустимого риска. Аналогичные показатели установлены и в финансовой стратегии предприятия в целом. Поэтому управление рисками отдельных финансовых операций должно исходить из соответствующих параметров риска, содержащихся в этих плановых документах.

9. Учет возможности передачи рисков. Принятие ряда финансовых рисков несопоставимо с финансовыми возможностями предприятия по нейтрализации их негативных последствий при вероятном наступлении рискованного случая. В то же время осуществление соответствующей финансовой операции может диктоваться требованиями стратегии и направленности финансовой деятельности. Включение таких рисков в портфель совокупных финансовых рисков допустимо лишь в том случае, если возможна частичная или полная их передача партнерам по финансовой операции или внешнему страховщику. Критерий внешней страхуемости рисков (по соответствующим видам наиболее рискованных финансовых операций) должен быть обязательно учтен при формировании портфеля финансовых рисков предприятия.

Методы управления рисками:

- Методы уклонения от рисков
- Методы локализации рисков
- Методы диверсификации рисков
- Методы компенсации рисков

Методы уклонения от риска подразделяются на:

- отказ от ненадежных партнеров, не расширение круга партнеров;
- отказ от рискованных проектов, т.е. отказ от инновационных и иных проектов, реализуемость или эффективность, которых вызывает сомнение;
- страхование рисков (страхование вероятных потерь) Такой механизм трудно использовать при освоении новой продукции или новых технологий, так как страховые компании не располагают в таких случаях достаточными данными для проведения расчетов;

- поиск гарантов (целью является перенос риска на какое-либо третье лицо). Функции гаранта могут выполнять различные субъекты (различные фонды, государственные органы, предприятия) при этом необходимо соблюдать принцип равной взаимной полезности, т.е. желаемого гаранта можно заинтересовать уникальной услугой, совместной реализацией проекта;
- увольнение некомпетентных работников.

Методы локализации рисков используются в редких случаях, когда удается довольно четко идентифицировать риски и источники их возникновения. К таким методам локализации относятся:

- создание венчурных предприятий предполагает создание небольшого дочернего предприятия как самостоятельного юридического лица для высокотехнологических (рискованных) проектов. Рискованная часть проекта локализуется в дочернем предприятии, при этом сохраняется возможность использования научного и технического потенциала материнской компании;
- создание специальных структурных подразделений (с обособленным балансом) для выполнения рискованных проектов;
- заключение договоров о совместной деятельности для реализации рискованных проектов.

Методы диверсификации рисков заключаются в распределении общего риска и подразделяются на:

- распределение ответственности между участниками проекта. В договорах юридически закрепляются сферы деятельности и ответственность каждого участника, а так же условия перехода работ и ответственности от одного участника к другому.
- диверсификация видов деятельности и зон хозяйствования, т.е. увеличение числа применяемых технологий, расширение ассортимента выпускаемой продукции или оказываемых услуг, ориентация на различные социальные группы потребителей, на предприятия различных регионов;
- диверсификация сбыта и поставок;

- диверсификация инвестиций – это предпочтение реализации нескольких относительно небольших по вложениям проектов, чем реализация одного крупного инвестиционного проекта.

- распределение риска во времени (по этапам работы).

Методы компенсации рисков связаны с созданием механизмов предупреждения опасности. Методы компенсации рисков более трудоемки и требуют обширной предварительной аналитической работы для их эффективного применения:

- стратегическое планирование деятельности. Этапы работы по стратегическому планированию могут снять большую часть неопределенности, позволяют предугадать появление узких мест при реализации проектов, заранее идентифицировать источники рисков и разработать компенсирующие мероприятия, план использования резервов;

- прогнозирование внешней обстановки;

- мониторинг социально-экономической и нормативно-правовой среды предполагает отслеживание текущей информации о соответствующих процессах.

- создание системы резервов этот метод близок к страхованию, но сосредоточенному внутри предприятия. На предприятии создаются страховые запасы сырья, материалов, комплектующих, резервные фонды денежных средств, разрабатываются планы их использования в кризисных ситуациях, не задействуются свободные мощности.

- обучение персонала и его инструктирование.

При выборе конкретного метода управления рисками риск-менеджер должен исходить из следующих **принципов**:

- нельзя рисковать больше, чем это может позволить собственный капитал;

- нельзя рисковать многим ради малого;

- следует предугадывать последствия риска.

Финансирование риска.

Финансирование риска – это методы или приемы, которые применяются для того, чтобы обеспечить средства для покрытия ущерба, который может возникнуть в результате случайного происшествия.

Менеджер использует методы финансирования риска для возмещения (с наименьшими затратами) убытков, которые несет компания, несмотря на ее усилия по контролю за риском.

- **Принятие риска.** Менеджер может предпочесть возмещение убытков за счет средств самой компании. Чтобы покрыть непредвиденные убытки, многие компании берут средства из текущих доходов или создают фонд для экстраординарных обстоятельств. Некоторые фирмы создают свои собственные компании по общему страхованию ответственности.

Фактически программы различных фирм по принятию риска строятся примерно по одной схеме. Можно прибегнуть к самострахованию за счет резервного фонда, ежегодно внося в него определенную сумму на покрытие возможных убытков. Однако принятие риска на основе самострахования существенно отличается от полной незащищенности (отсутствия резервных фондов). Небольшая компания практически не способна отложить достаточно денег, чтобы покрыть убытки от катастроф. Когда приходит беда, компании, которые не могут купить страховку, вынуждены брать в долг, чтобы покрыть убытки; в противном случае они будут вытеснены из бизнеса.

- **Передача риска.** Менеджер может предпочесть покрытие убытков за счет средств, полученных из внешних источников. Покупая страховку, компании передают риск страховой фирме, которая готова платить за определенные виды убытков. За эти услуги страховая компания получает гонорар, который называется страховой премией.

Для квалифицированного управления риском почти всегда необходимо сочетание по крайней мере одного метода контроля за риском с хотя бы одним из методов финансирования риска.

Контроль за реализацией программ управления риском позволяет удостовериться, правильно ли были с самого начала выбраны методы, и если это так, то изменились ли условия настолько, что следовало бы применить другие методы. Эффективный контроль включает в себя три элемента: 1) выработка нормативов для определения приемлемых результатов, 2) сравнение реальных результатов с этими нормативами и 3) корректировка на любом этапе всего процесса для максимального сближения результатов с установленными нормативами.

Этапы процесса управления риском

1. Анализ риска.

2. Меры по устранению и минимизации риска.

Анализ риска включает в себя сбор и обработку данных по аспектам риска, качественный и количественный анализ риска.

Меры по устранению и минимизации риска включают выбор и обоснование предельно допустимых уровней риска, выбор методов снижения риска, формирование вариантов риска и оценку их оптимальности.

Сбор и обработка данных по аспектам риска является одним из важнейших этапов процесса управления риском, который предполагает получение, переработку, передачу и использование различной информации.

Качественный анализ предполагает выявление источников и причин риска, этапов и работ, при которых возникает риск, идентификацию всех возможных рисков.

Количественный анализ предполагает численное определение отдельных рисков, осуществление количественной оценки степени рисков, установление допустимых уровней рисков.

Существует два метода количественных оценок риска:

1. Статистический

2. Метод экспертных оценок.

Суть статистического метода заключается в том, что изучается статистика потерь и прибыли и устанавливается величина получения того или иного экономического результата.

Суть экспертного метода состоит в получении количественных оценок риска на основании обработки мнений опытных предпринимателей или специалистов.

Меры по устранению и минимизации риска включают следующие этапы:

1. Оценку приемлемости полученного уровня риска.
2. Выбор метода снижения рисков.
3. Формирование вариантов снижения рисков.

III. Критерии оценки степени риска

В процессе управления риском необходимо оценить риск. Существуют количественный и качественный подход к оценке риска.

Качественная оценка состоит в определении возможных видов риска, оценке степени их опасности и выделении факторов, которые влияют на уровень риска. В повседневной жизни люди оценивают риск на качественном уровне.

Количественная оценка состоит в приписывании риску числового значения. Она определяется:

- видом анализируемой деятельности;
- остановкой проблемы;
- преимуществами ОПР;
- отношением ОПР к риску;
- доступностью информации, которая характеризует риск;
- количеством времени, отведенного для принятия решения;
- профессиональной подготовкой ОПР;
- факторами, которые создают риск.

Среди количественных методов выделяют оценки риска в абсолютном и относительном выражении.

1. Риск в абсолютном выражении

а) Как мера риска принимается вероятность возникновения убытков или недополучения доходов сравнительно с прогнозируемым вариантом (например, в страховании).

$$R = p_n .$$

Однако этот показатель требует сопоставления с имущественным состоянием лица, которое находится в рискованной ситуации: потери,

которые для одного допустимы, для другого могут казаться незначительными.

b) Как мера риска принимается величина предполагаемого убытка.

$$R=x.$$

Однако эта мера требует критического отношения. {Рисковать 1000\$ с вероятностью 0.1 и 0.0001. В последнем случае риск ниже, несмотря на то, что измеряется одной и той же величиной 1000\$}.

c) Мера риска R (мера ожидаемой неудачи в процессе достижения цели) может определяться как произведение вероятностей нежелательных последствий на величину этих нежелательных последствий (убытки, платежи и т. д.):

$$R = p_n x$$

где p_n – вероятность нежелательных последствий; x – величина этих последствий.

d) Мера риска может определяться как математическое ожидание случайной величины:

$$R = M(x) = \sum_{i=1}^n p_i x_i$$

Для того, чтобы количественно вычислить риск, необходимо знать все возможные последствия отдельного события и соответствующие вероятности их наступления.

Пример 1. В ходе конверсии предприятие налаживает производство новых марок стиральных машин небольшого объёма. При этом возможны убытки из-за недостаточно изученного во время маркетинговых исследований рынка сбыта. Возможны три варианта стратегии относительно спроса на продукцию. Убытки при этом будут составлять соответственно 700, 500 и –300 млн.грн. (в последнем случае – прибыль). Вероятности этих стратегий таковы:

$$p_1 = 0.4, p_2 = 0.5, p_3 = 0.1.$$

Определить ожидаемую величину риска, т. е. убытков.

Решение. Величину риска находим по формуле:

$$R = M(X) = \sum_{i=1}^3 x_i p_i = 700 \cdot 0.4 + 500 \cdot 0.5 + (-300) \cdot 0.1 = 500 \text{ (млн.грн.)}$$

Средняя величина представляет собой обобщенную количественную характеристику и не позволяет принять решения в пользу какого-либо варианта вложения капитала. Для окончательного принятия решение необходимо измерить колеблемость показателей, т. е. определить меру колеблемости возможного результата. Колеблемость возможного результата представляет собой степень отклонения ожидаемого значения от средней величины. Для этого на практике обычно применяют два близко связанных критерия: дисперсию и среднее квадратическое отклонение. Дисперсия представляет собой среднее взвешенное из квадратов отклонений действительных результатов от средних ожидаемых:

$$D \left(\left. \right\} \right) = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 n_i}{\sum n_i}$$

где $D \left(\left. \right\} \right)$ – дисперсия; x_i – ожидаемое значение для каждого случая наблюдения;

\bar{x} – среднее ожидаемое значение; n – число случаев наблюдения (частота).

Среднее квадратическое отклонение определяется по формуле

$$\sigma = \sqrt{\frac{n}{n-1} D \left(\left. \right\} \right)} = \sqrt{\frac{n}{n-1} \left(\overline{x^2} - \bar{x}^2 \right)}$$

Среднее квадратическое отклонение является именованной величиной и указывается в тех же единицах, в каких измеряется варьирующий признак. Дисперсия и среднее квадратическое отклонение являются мерами абсолютной колеблемости.

Пример 2. Существует возможность выбора производства и реализации двух наборов товаров широкого потребления с одинаковым ожидаемым доходом (150 млн.грн.). за данными отдела маркетинга, который провёл исследования ниши рынка, доход от производства и реализации первого набора товаров зависит от конкретной вероятностной экономической ситуации. Возможны два в равной степени вероятных дохода:

200 млн. грн. – при условии удачной реализации первого набора товаров,
100 млн. грн. – при менее удачных результатах.

Доход от реализации второго набора товаров может составлять 151 млн. грн., однако не исключена возможность маленького спроса на эту продукцию, тогда доход составит 51 млн. грн.

Результата рассматриваемого выбора приведены в таблице:

Сравнение вариантов производства и реализации товаров

Вариант производства и реализации товаров	Результат 1		Результат 2	
	вероятность p_1	Доход млн.грн	вероятность p_2	Доход млн.грн
Первый	0,5	200	0,5	100
Второй	0,99	151	0,01	51

Необходимо измерить величину риска и принять решение относительно выпуска одного из двух наборов товаров.

Решение. Обозначим через X доход от производства и реализации первого набора товаров, а через Y – доход от производства и реализации второго набора товаров.

Вычислим математическое ожидание для каждого из вариантов:

$$M(X) = x_1p_1 + x_2p_2 = 200 \cdot 0.5 + 100 \cdot 0.5 = 150 \text{ (млн. грн.)}$$

$$M(Y) = y_1p_1 + y_2p_2 = 151 \cdot 0.99 + 51 \cdot 0.01 = 150 \text{ (млн. грн.)}$$

Отметим, что оба варианта имеют одинаковый ожидаемый доход, поскольку $M(X) = M(Y) = 150$ (млн. грн.)

Однако, колеблемость результатов неодинакова. Эту колеблемость можно определить как величину (меру) риска и вычислить с помощью дисперсии.

Для первого набора товаров получим

$$R_x = D(X) = (200 - 150)^2 \cdot 0.5 + (100 - 150)^2 \cdot 0.5 = 2500,$$

для второго набора

$$R_y = D(Y) = (151 - 150)^2 \cdot 0.99 + (51 - 150)^2 \cdot 0.01 = 99.$$

Поскольку величина риска, которая связана с выпуском и реализацией товаров широкого потребления, в случае первого варианта больше, чем в случае реализации второго $R_x > R_y$, то второй вариант является менее рискованным по сравнению с первым. Такой же результат получим, взяв за меру риска средне квадратичное отклонение.

2. В относительном выражении риск определяют как величину возможных убытков, отнесённую к некоторой базе. За базу удобнее всего брать либо имущество предпринимателя, либо общие затраты ресурсов на данный вид предпринимательской деятельности либо ожидаемый доход от данного предприятия.

е) Для анализа обычно используется коэффициент вариации. Коэффициент вариации представляет собой отношение среднего квадратического отклонения к средней арифметической и показывает степень отклонения полученных значений:

$$V = \frac{\sigma}{\bar{X}} \cdot 100\%$$

где V – коэффициент вариации, %; σ – среднее квадратическое отклонение; \bar{X} – среднее ожидаемое значение.

Коэффициент вариации – относительная величина. Поэтому на его размер не оказывают влияния абсолютные значения изучаемого показателя. С помощью коэффициента вариации можно сравнивать даже колеблемость признаков, выраженных в разных единицах измерения. Коэффициент вариации может изменяться от 0 до 100%. Чем больше коэффициент, тем сильнее колеблемость. Установлена следующая качественная оценка различных значений коэффициента вариации: до 10% – слабая колеблемость; 10-25% – умеренная колеблемость; свыше 25% – высокая колеблемость.

Пример 3. Изменим немного условия примера 2. Предположим, что в первом варианте доход возрос на 100 млн. грн. для каждого из рассматриваемых результатов, т. е. $x_1 = 210$, $x_2 = 110$. Остальные данные остались прежними.

Необходимо измерить величину риска и принять решение относительно одного из двух наборов товаров широкого потребления.

Решение. Для первого варианта производства и реализации товаров широкого потребления ожидаемое значение дохода составляет $M(X)=160$, дисперсия $D(X)=2500$. Для второго варианта получаем соответственно $M(Y)=150$, $D(Y)=99$. Как действовать в таком случае? Здесь важно сравнить абсолютные показатели дисперсии. Поэтому целесообразно перейти к относительным величинам, взяв за меру риска коэффициент вариации

$$V = \frac{\sigma}{\bar{X}} \cdot 100\% .$$

В нашем случае имеем:

$$R_x = V(X) = \frac{50}{160} = 0.31$$

$$R_y = V(Y) = \frac{9.9}{150} = 0.07$$

поскольку $R_x > R_y$, то второй вариант является менее рискованным, чем первый.

Количественно риск инвестора характеризуется оценкой вероятной величины максимального и минимального доходов. При этом, чем больше диапазон между этими величинами при равной их вероятности, тем выше степень риска.

Тогда для расчёта дисперсии, среднеквадратического отклонения и коэффициента вариации можно использовать следующие формулы:

$$\sigma^2 = P_{\max}(X_{\max} - \bar{X})^2 + P_{\min}(\bar{X} - X_{\min})^2;$$

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2}; \quad V = \frac{\pm \sigma}{\bar{X}} \cdot 100\%,$$

где σ^2 – дисперсия;

P_{\max} – вероятность получения максимального дохода (прибыли, рентабельности);

X_{\max} – максимальная величина дохода (прибыли, рентабельности);

\bar{X} – средняя ожидаемая величина дохода (прибыли, рентабельности);

P_{\min} – вероятность получения минимального дохода (прибыли, рентабельности);

X_{\min} – минимальная величина дохода (прибыли, рентабельности);

σ – среднеквадратическое отклонение;

V – коэффициент вариации.

f) Количественная мера риска в абсолютном выражении не всегда дает возможность оценивать рискованность некоторых видов деятельности. Особенно это касается финансовых рисков. С целью нахождения компромисса и учет величины собственных средств вводят безразмерные показатели – коэффициенты риска.

$$k_1 = \frac{Y}{C} \cdot 100\%, \quad k_2 = \frac{Y \cdot p}{C} \cdot 100\%$$

В этих формулах Y — максимально возможная величина убытка, p - вероятность потерь. C — объем собственных денежных ресурсов.

Для этих коэффициентов используют шкалы, которые помогают ориентироваться в их значениях. Шкалы определяются видом анализируемой деятельности и предпочтениями ОПР.

Величина k_1	Градация риска
0,0-0.1	Минимальный
0.1-0.3	Малый
0.3-0.4	Средний
0.4-0.6	Высокий
0,6-0,8	Максимальный
0,8-1.0	Критический

Величина k_2	Градация риска
= 0.25	Приемлемый
0.25-0.5	Допустимый
0.5-0.75	Критический
=0.75	Катастрофический

g) Под коэффициентом риска плановых показателей понимается отношение ожидаемых отрицательных (в левую сторону) и неотъемлемых (в правую сторону) отклонений показателей от запланированного уровня:

$$k = \frac{M^-}{M^+}$$

Коэффициент часто используется при разработке бизнес-планов.

Шкала для коэффициента риска плановых показателей

Величина $k = \frac{M^-}{M^+}$	Градация риска (поведение)
<0.2	Пессимистическая
0.2-0.4	Осторожная
0.4-0.6	Средне рискованная
0.6-0.8	Рискованная
0.8-1.0	Высокая степень риска
>1.0	Азартная

Пример 4. Плановый уровень некоторого показателя x предприятия равен 65. Предприятие располагает статистическими данными значений этого показателя и частотой их наблюдения:

x	60	61	62	65	66	68	70
n	1	2	8	2	5	3	2

Необходимо определить коэффициент риска плановых показателей и сделать выводы.

Решение. Коэффициент риска плановых показателей:

$$k = \frac{M^-}{M^+} = \frac{60 \cdot 1 + 61 \cdot 2 + 62 \cdot 8 + 65 \cdot 2}{\frac{1+2+8+2}{66 \cdot 5 + 68 \cdot 3 + 70 \cdot 2}} = 0.92$$

По шкале для коэффициента k определим степень риска для фирмы. При $k=0.92$ степень риска высокая.

Задания для самостоятельного решения

(i -номер студента в группе, j – номер группы)

Задача 1. Имеем два проекта А и Б относительно инвестирования. Известные оценки прогнозируемых значений дохода от каждого из этих проектов и соответствующие значения вероятностей.

Проект А.

Оценка возможного результата	Прогнозируемый доход млн. грн.	Значение вероятности
Пессимистическая	$250 + 50 \cdot i$	$0,20 + 2 \cdot i$
Сдержанная	$1000 - 10 \cdot i$	$0,60 - 4 \cdot i$
Оптимистичная	$1500 - 20 \cdot i$	$0,20 + 2 \cdot i$

Проект Б.

Оценка возможного результата	Прогнозируемый доход млн. грн.	Значение Вероятности
Пессимистическая	$200+50*i$	$0,20+2*i$
Сдержанная	$900-10*i$	$0,60-4*i$
Оптимистичная	$1800-20*i$	$0,20+2*i$

Нужно оценить меру риска каждого из этих проектов, избрав один из них (тот что обеспечивает меньшую величину риска) для инвестирования.

Задача 2. Коммерческая фирма производит розничную торговлю зажигалками, которые получает от четырех поставщиков, а именно:

от первого -40% товара, от второго 25%, от третьего 15%, от четвертого 20%. Среди зажигалок, которые находятся от первого поставщика, бракованные составляют $(5+i)\%$, от второго $(9+i)\%$, от третьего $(7+i)\%$, от четвертого $(3+i)\%$. Определить величину риска, связанную с нахождением бракованных изделий.

Задача 3. Доходы (в миллионах рублей) от экспорта, получаемые кооперативом из изготовления и экспорта вышитых полотенец и рубашек, является случайной величиной X . Закон распределения этой дискретной величины задан в таблице.

$X=x_i$	$100+20*i$	$400+30*i$	$600+20*i$	$900+10*i$
$P(X=x_i)=p_i$	0.5	0.1	0.1	0.3

Определить меру риска как среднее квадратичное отклонение дохода.

Задача 4.

При вложении капитала в мероприятие А из $120+2*i$ случаев прибыль 25 тыс.грн. была получена в 48 случаях, прибыль в 20 тыс. грн. была получена в остальных случаях. При вложении капитала в мероприятие Б из $120+2*i$ случаев прибыль в 40 тыс. грн. была получена в 30 случаях, прибыль в 30 тыс.грн. была получена в $60+i$ случаях и прибыль в 15 тыс.грн.

была получена в остальных случаях. Принять решение, в какое мероприятие вложить капитал, рассчитав мат ожидание, дисперсии и коэффициенты вариации.

Задача 5.

Владелец груза, который следует перевезти морским транспортом, знает, что в результате возможной гибели судна он теряет груз стоимостью 100 млн. грн.

Ему также известно, что вероятность кораблекрушения равна 0,05; страховой тариф при страховании груза составляет 3% от страховой суммы. Определить следует ли застраховать груз с помощью мат ожидания и дисперсии.

Задача 6.

В таблице приведены возможные чистые доходы и их вероятности для двух вариантов вложений. Определить какую из инвестиций стоит осуществить по ожидаемой прибыли и стандартному отклонению, коэффициенту вариации.

	Чистая прибыль, тыс грн.							
Вероятности:	-3-i-j	-2-i-j	-1-i-j	0+i+j	1+i+j	2+i+j	3+i+j	4+i+j
Инвестиция 1	0	0	0.1	0.2	0.3	0.2	0.2	0
Инвестиция 2	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.2	0.2

Задача 7.

Плановое значение показателя x деятельности фирмы равно 180. Определить коэффициент риска этого показателя и сделать выводы на основании его значения для деятельности фирмы, если статистические данные значений этого показателя и частот их наблюдений приведено в таблице.

Значения показателя, x	170	175	178	180	185	188	190	195
Частота появления, n	5+i	6+j	8+2*j	4	5	3+i	2+2*j	1+j

IV. Принятие решений в условиях неопределённости.

Теория игр — это теория математических моделей принятия оптимальных решений в условиях конфликта или неопределенности. При этом конфликт не обязательно должен быть антагонистическим, в качестве конфликта можно рассматривать любое разногласие.

Рассмотрим пример. Пусть требуется принять решение о выпуске на рынок некоторого товара. Может случиться, что объем спроса на этот товар известен точно; может быть, что известно лишь статистическое распределение возможных значений спроса; наконец, может оказаться, что известны лишь границы, в которых заключен спрос, но никаких даже вероятностных соображений о его предстоящих значениях нет. Последний случай квалифицируется как неопределенность. Такая неопределенность может возникнуть, когда спрос (например, на сезонные товары) зависит от метеорологических условий (конфликт с природой) или, в условиях рынка, от деятельности конкурента, уже удовлетворившего неизвестную часть спроса. Приведенные примеры при определенных условиях могут быть приведены к игре.

Всякая теоретико-игровая модель должна отражать, кто и как конфликтует, а также, кто и в какой форме заинтересован в том или ином исходе конфликта.

Действующие в конфликте стороны будем называть **игроками**, а решения, которые способны принимать игроки, — **стратегиями**.

Игры с природой применяются для анализа экономических ситуаций, оценки эффективности принимаемых решений и выбора наиболее предпочтительных альтернатив, в которых риск связан с совокупностью неопределенных факторов окружающей среды, именуемых «природа». Поэтому термин «природа» характеризует некую объективную действительность, которую не следует понимать буквально, хотя вполне

могут встречаться ситуации, в которых игроком действительно может выступать природа (например, погодные условия или стихийные бедствия).

В играх с природой создание модели должно начинаться с построения **платежной матрицы**. Это наиболее трудоемкий и ответственный этап подготовки принятия решения, так как ошибки в платежной матрице не могут быть компенсированы никакими вычислительными методами и могут привести к неверному итоговому результату.

Отличительная особенность игры с природой состоит в том, что в ней сознательно действует только один из участников, в большинстве случаев называемый игроком 1. Игрок 2 (природа) сознательно против игрока 1 не действует, а выступает как не имеющий конкретной цели и случайным образом выбирающий очередные «ходы» партнер по игре.

Методы принятия решений в играх с природой зависят от того, известны или нет вероятности состояний (стратегий) природы, т.е. имеет ли место ситуация риска или неопределенности.

Предположим, что построена следующая **платежная** матрица игры с природой:

$$E = \left(\begin{array}{c|cccc} & \Pi_1 & \Pi_2 & \dots & \Pi_n \\ \hline P_1 & e_{11} & e_{12} & \dots & e_{1n} \\ P_2 & e_{21} & e_{22} & \dots & e_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ P_m & e_{m1} & e_{m2} & \dots & e_{mn} \end{array} \right)$$

Здесь игрок I имеет m возможных ситуаций P_1, P_2, \dots, P_m , а у природы имеется n возможных состояний (стратегий) $\Pi_1, \Pi_2, \dots, \Pi_n$.

Платит, естественно, не природа, а некая третья сторона.

Можно задавать матрицу игры с природой и в виде так называемой матрицы рисков $R = \|r_{ij}\|$ или матрицы упущенных возможностей. Величина риска — это размер платы за отсутствие информации о состоянии среды. Матрицу R строим на основе матрицы выигрышей $E = \|e_{ij}\|$

Риском r_{ij} игрока при использовании им стратегии p_i , и при состоянии среды Π_j будем называть разность между выигрышем, который игрок получил бы, если бы он знал, что состоянием среды будет Π_j , и выигрышем, который игрок получит, не имея этой информации.

Зная состояние природы (стратегию) Π_j , игрок выбирает ту стратегию, при которой его выигрыш максимальный, т.е.

$$r_{ij} = \beta_j - e_{ij}$$

где $\beta_j = \max_{1 \leq i \leq n} e_{ij}$ при заданном j .

Независимо от вида матрицы игры требуется выбрать такую стратегию игрока, которая была бы наиболее выгодной по сравнению с другими.

Классические критерии принятия решений

1°. Минимаксный критерий

Правило выбора решения в соответствии с минимаксным критерием (ММ-критерием) можно интерпретировать следующим образом:

матрица решений дополняется ещё одним столбцом из наименьших результатов e_{ir} каждой строки. Необходимо выбрать те варианты в строках которых стоят наибольшее значение e_{ir} этого столбца

Выбранные т.о. варианты полностью исключают риск. Это означает, что принимающий решение не может столкнуться с худшим результатом, чем тот, на который он ориентируется. Это свойство позволяет считать ММ-критерий одним из фундаментальных. Поэтому в технических задачах он применяется чаще всего, как сознательно, так и несознательно. Продемонстрируем это на небольшом примере.

	F_1	...	F_i	...	F_{100}	$e_i = \min_j e_{ij}$	$\max_i e_i$
E_1	1	...	i	...	100	1	
E_2	1.1	...	1.1	...	1.1	1.1	1.1

Хотя вариант E_1 кажется более выгодным, согласно ММ-критерию оптимальным следует считать E_2 . Принятие решения по этому критерию может, однако, оказаться еще менее разумным, если

- состояния F_i встречаются чаще, чем состояние F_1 , и
- решение реализуется многократно.

Этот пример показывает, что в многочисленных практических ситуациях пессимизм минимаксного критерия может оказаться очень невыгодным.

Применение ММ-критерия бывает оправдано, если ситуация, в которой принимается решение следующая:

- 1°. О возможности появления внешних состояний F_j ничего не известно;
- 2°. Приходится считаться с появлением различных внешних состояний F_j ;
- 3°. Решение реализуется только один раз;
- 4°. Необходимо исключить какой бы то ни было риск.

2°. Критерий Байеса – Лапласа

Обозначим через q_i – вероятность появления внешнего состояния F_j .

Соответствующее правило выбора можно интерпретировать следующим образом:

матрица решений $\|e_{ij}\|$ дополняется ещё одним столбцом содержащим математическое ожидание значений каждой из строк. Выбираются те варианты, в строках которых стоит наибольшее значение e_{ij} этого столбца.

При этом предполагается, что ситуация, в которой принимается решение, характеризуется следующими обстоятельствами:

- 1°. Вероятности появления состояния F_j известны и не зависят от времени.

2°. Решение реализуется (теоретически) бесконечно много раз.

3°. Для малого числа реализаций решения допускается некоторый риск.

При достаточно большом количестве реализаций среднее значение постепенно стабилизируется. Поэтому при полной (бесконечной) реализации какой-либо риск практически исключён.

Т.о. критерий Байеса-Лапласа (В-Л-критерий) более оптимистичен, чем минимаксный критерий, однако он предполагает большую информированность и достаточно длительную реализацию.

3°. Критерий Сэвиджа

$$a_{ij} := \max_i e_{ij} - e_{ij}$$
$$e_{ir} := \max_i a_{ij} = \max_j (\max_i e_{ij} - e_{ij})$$

Величину a_{ij} можно трактовать как максимальный дополнительный выигрыш, который достигается, если в состоянии F_j вместо варианта E_i выбрать другой, оптимальный для этого внешнего состояния вариант. Величину a_{ij} можно интерпретировать и как потери (штрафы) возникающие в состоянии F_j при замене оптимального для него варианта на вариант E_i . В последнем случае e_{ir} представляет собой максимально возможные (по всем внешним состояниям $F_j, j = \overline{1, n}$) потери в случае выбора варианта E_i .

Соответствующее критерию Сэвиджа правило выбора теперь трактуется так:

1). Каждый элемент матрицы решений $\|e_{ij}\|$ вычитается из наибольшего результата $\max e_{ij}$ соответствующего столбца.

2). Разности a_{ij} образуют матрицу остатков $\|e_{ij}\|$. Эта матрица пополняется столбцом наибольших разностей e_{ir} . Выбирают те варианты, в строках которых стоит наименьшее для этого столбца значение.

Требования, предъявляемые к ситуации, в которой принимается решение, совпадают с требованием к ММ-критерию.

4°. Пример и выводы

Из требований, предъявляемых к рассмотренным критериям, становится ясно, что вследствие их жёстких исходных позиций они применимы только для идеализированных практических решений. В случае, когда возможна слишком сильная идеализация, можно применять одновременно поочерёдно различные критерии. После этого среди нескольких вариантов ЛПР волевым методом выбирает окончательное решение. Такой подход позволяет, во-первых, лучше проникнуть во все внутренние связи проблемы принятия решений и, во-вторых, ослабляет влияние субъективного фактора.

Пример. При работе ЭВМ необходимо периодически приостанавливать обработку информации и проверять ЭВМ на наличие в ней вирусов. Приостановка в обработке информации приводит к определённым экономическим издержкам. В случае же если вирус вовремя обнаружен не будет, возможна потеря и некоторой части информации, что приведёт и ещё к большим убыткам.

Варианты решения таковы:

E_1 – полная проверка;

E_2 – минимальная проверка;

E_3 – отказ от проверки.

ЭВМ может находиться в следующих состояниях:

F_1 – вирус отсутствует;

F_2 – вирус есть, но он не успел повредить информацию;

F_3 – есть файлы, нуждающиеся в восстановлении.

Результаты, включающие затраты на поиск вируса и его ликвидацию, а также затраты, связанные с восстановлением информации имеют вид:

Таблица 1

	F_1	F_2	F_3	ММ-критерий		критерий В-Л	
				$e_{ir} = \min_j e_{ij}$	$\max_i e_{ir}$	$e_{ir} = \sum_j e_{ij}$	$\max_i e_{ir}$
E_1	-20.0	-22.0	-25.0	-25.0	<u>-25.0</u>	-22.33	
E_2	-14.0	-23.0	-31.0	-31.0		-22.67	
E_3	0	-24.0	-40.0	-40.0		-21.33	<u>-21.33</u>

Согласно ММ-критерию следует проводить полную проверку. Критерий Байеса-Лапласа, в предположении, что все состояния машины равновероятны.

$$P(F_j) = q_j = 0.33,$$

рекомендуется отказаться от проверки. Матрица остатков для этого примера и их оценка (в тысячах) согласно критерию Сэвиджа имеет вид:

	F_1	F_2	F_3	Критерий Сэвиджа	
				$e_{ir} = \min_j a$	$\min_j e_{ir}$
E_1	+20.0	0	0	+20.0	
E_2	+14.0	+1.0	+6.0	+14.0	<u>+14.0</u>
E_3	0	+2.0	+15.0	+15.0	

Пример специально подобран так, что каждый критерий предлагает новое решение. Неопределённость состояния, в котором проверка застаёт ЭВМ, превращается в неясность, какому критерию следовать.

Поскольку различные критерии связаны с различными условиями, в которых принимается решение, лучшее всего для сравнительной оценки рекомендации тех или иных критериев получить дополнительную информацию о самой ситуации. В частности, если принимаемое решение относится к сотням машин с одинаковыми параметрами, то рекомендуется применять критерий Байеса-Лапласа. Если же число машин не велико, лучше пользоваться критериями минимакса или Севиджа.

Производные критерии

1°. Критерий Гурвица

Стараясь занять наиболее уравновешенную позицию, Гурвиц предположил оценочную функцию, которая находится где-то между точкой зрения крайнего оптимизма и крайнего пессимизма:

$$\max_i e_{ir} = \{ C \min_j e_{ij} + (1 - C) \max_j e_{ij} \},$$

где C – весовой множитель.

Правило выбора согласно критерию Гурвица, формируется следующим образом:

матрица решений $\|e_{ij}\|$ дополняется столбцом, содержащим среднее взвешенное наименьшего и наибольшего результатов для каждой строки. Выбираются только те варианты, в строках которых стоят наибольшие элементы e_{ir} этого столбца.

При $C=1$ критерий Гурвица превращается в ММ-критерий. При $C = 0$ он превращается в критерий “азартного игрока”

$$\max_i e_{ir} = \max_i \max_j e_{ij},$$

т.е. мы становимся на точку зрения азартного игрока, делающего ставку на то, что «выпадет» наивыгоднейший случай.

В технических приложениях сложно выбрать весовой множитель C , т.к. трудно найти количественную характеристику для тех долей оптимизма и пессимизма, которые присутствуют при принятии решения. Поэтому чаще всего $C := 1/2$.

Критерий Гурвица применяется в случае, когда :

- 1) о вероятностях появления состояния F_j ничего не известно;
- 2) с появлением состояния F_j необходимо считаться;
- 3) реализуется только малое количество решений;
- 4) допускается некоторый риск.

2°. Критерий Ходжа–Лемана

Этот критерий опирается одновременно на ММ-критерий и критерий Байеса-Лапласа. С помощью параметра ν выражается степень доверия к используемому распределений вероятностей. Если доверие велико, то доминирует критерий Байеса-Лапласа, в противном случае – ММ-критерий, т.е. мы ищем

$$\max_i e_{ir} = \max_i \left\{ \nu \sum_{j=1}^n e_{ij} q_j + (1-\nu) \min_j e_{ir} \right\}, \quad 0 \leq \nu \leq 1. \quad \underline{\underline{\text{C}}}$$

Правило выбора, соответствующее критерию Ходжа-Лемана формируется следующим образом:

матрица решений $\|e_{ij}\|$ дополняется столбцом, составленным из средних взвешенных (с весом $\nu \equiv \text{const}$) математических ожиданий и наименьшего результата каждой строки (). Отбираются те варианты решений в строках которого стоит наибольшее значение этого столбца.*

При $\nu = 1$ критерий Ходжа-Лемана переходит в критерий Байеса-Лапласа, а при $\nu = 0$ становится минимаксным.

Выбор ν субъективен т. к. степень достоверности какой-либо функции распределения – дело тёмное.

Для применения критерия Ходжа-Лемана желательно, чтобы ситуация в которой принимается решение, удовлетворяла свойствам:

- 1) вероятности появления состояния F_j неизвестны, но некоторые предположения о распределении вероятностей возможны;
- 2) принятое решение теоретически допускает бесконечно много реализаций;
- 3) при малых числах реализации допускается некоторый риск.

3°. Критерий Гермейера

Этот критерий ориентирован на величину потерь, т.е. на отрицательные значения всех e_{ij} . При этом

$$\max_i e_{ir} = \max_i \min_j e_{ij} q_j.$$

Т.к. в хозяйственных задачах преимущественно имеют дело с ценами и затратами, условие $e_{ij} < 0$ обычно выполняется. В случае же, когда среди величин e_{ij} встречаются и положительные значения, можно перейти к строго отрицательным значениям с помощью преобразования $e_{ij} - a$ при подходящем образом подобранном $a > 0$. При этом оптимальный вариант решения зависит от a .

Правило выбора согласно критерию Гермейера формулируется следующим образом:

матрица решений $\|e_{ij}\|$ дополняется ещё одним столбцом, содержащим в каждой строке наименьшее произведение имеющегося в ней результата на вероятность соответствующего состояния F_j . Выбираются те варианты, в строках которых находится наибольшее значение e_{ij} этого столбца.

В каком-то смысле критерий Гермейера обобщает ММ-критерий: в случае равномерного распределения $q_j = \frac{1}{n}$, $j = \overline{1, n}$, они становятся идентичными.

Условия его применимости таковы:

- 1) вероятности появления состояния F_j неизвестны;
- 2) с появлением тех или иных состояний, отдельно или в комплексе, необходимо считаться;
- 3) допускается некоторый риск;
- 4) решение может реализоваться один или несколько раз.

Если функция распределения известна не очень надёжно, а числа реализации малы, то, следуя критерию Гермейера, получают, вообще говоря, неоправданно большой риск.

4°. BL (MM)-критерий

Стремление получить критерии, которые бы лучше приспособлялись к имеющейся ситуации, чем все до сих пор рассмотренные, привело к построению так называемых составных критериев. В качестве примера рассмотрим критерий, полученный путем объединения критериев Байеса-Лапласа и минимакса.

Правило выбора для этого критерия формулируется следующим образом:

матрица решений $\|e_{ij}\|$ дополняется еще тремя столбцами. В первом из них записываются математические ожидания каждой из строк, во втором - разность между опорным значением

$$e_{i_0j_0} = \max_i \min_j e_{ij}$$

и наименьшим значением

$$\min_j e_{ij}$$

соответствующей строки. В третьем столбце помещаются разности между наибольшим значением

$$\max_j e_{ij}$$

каждой строки и наибольшим значением $\max_j e_{i_0j}$ той строки, в которой находится значение $e_{i_0j_0}$. Выбираются те варианты, строки которых (при соблюдении приводимых ниже соотношений между элементами второго и третьего столбцов) дают наибольшее математическое ожидание. А именно, соответствующее значение

$$e_{i_0j_0} - \max_j e_{ij}$$

из второго столбца должно быть меньше или равно некоторому заранее заданному уровню риска $\varepsilon_{\text{Д}}$ ». Значение же из третьего столбца должно быть больше значения из второго столбца

Применение этого критерия обусловлено следующими признаками ситуации, в которой принимается решение:

- 1) вероятности появления состояний F_j неизвестны, однако имеется некоторая априорная информация в пользу какого-либо определенного распределения;
- 2) необходимо считаться с появлением различных состояний как по отдельности, так и в комплексе;
- 3) допускается ограниченный риск;
- 4) принятое решение реализуется один раз или многократно.

BL(ММ)-критерий хорошо приспособлен для построения практических решений прежде всего в области техники и может считаться достаточно надежным. Однако заданные границы риска $\varepsilon_{дон}$ и, соответственно, оценок риска ε_i не учитывает ни число применения решения, ни иную подобную информацию. Влияние субъективного фактора хотя и ослаблено, но не исключено полностью.

Условие

$$\max_j e_{ij} - \max_j e_{i_0j} \geq \varepsilon_i$$

существенно в тех случаях, когда решение реализуется только один или малое число раз. В этих условиях недостаточно ориентироваться на риск, связанный только с невыгодными внешними состояниями и средними значениями. Из-за этого, правда, можно понести некоторые потери в удачных внешних состояниях. При большом числе реализаций это условие перестает быть таким уж важным. Оно даже допускает разумные альтернативы. При этом не известно, однако, четких количественных указаний, в каких случаях это условие следовало бы опускать.

5°. Критерий произведений

$$\max_i e_{ir} = \max_i \prod_j e_{ij}$$

Правило выбора в этом случае формулируется так :

Матрица решений $\|e_{ij}\|$ дополняется новым столбцом, содержащим произведения всех результатов каждой строки. Выбираются те варианты, в строках которых находятся наибольшие значения этого столбца.

Применение этого критерия обусловлено следующими обстоятельствами:

- 1) вероятности появления состояния F_j неизвестны;
- 2) с появлением каждого из состояний F_j по отдельности необходимо считаться;
- 3) критерий применим и при малом числе реализаций решения;
- 4) некоторый риск допускается.

Критерий произведений приспособлен в первую очередь для случаев, когда все e_{ij} положительны. Если условие положительности нарушается, то следует выполнять некоторый сдвиг $e_{ij} + a$ с некоторой константой $a > |\min_{ij} e_{ij}|$. Результат при этом будет, естественно зависеть от a . На практике чаще всего

$$a = |\min_{ij} e_{ij}| + 1.$$

Если же никакая константа не может быть признана имеющей смысл, то критерий произведений не применим.

6°. Пример

Рассмотрим тот же пример (табл. 1).

Построение оптимального решения для матрицы решений о проверках по критерию Гурвица имеет вид (при $C=0.5$, в 10^3):

$\ e_{ij}\ $			$C \min_j e_{ij}$	$(1-C) \max_j e_{ij}$	e_{ir}	$\max_i e_{ir}$
-20.0	-22.0	-25.0	-12.5	-10.0	-22.5	
-14.0	-23.0	-31.0	-15.5	-7.0	-22.5	
0	-24.0	-40.0	-20.0	0	-20.0	-20.0

В данном примере у решения имеется поворотная точка относительно весового множителя C : до $C = 0.57$ в качестве оптимального выбирается E_3 , а при больших значениях – E_1 .

Применение критерия Ходжа-Лемана ($q = 0.33, \nu = 0.5, \text{ в } 10^3$):

$\sum_j e_{ij}q_j$	$\min_j e_{ij}$	ν	(1-	e_{ir}	$\max_i e_{ir}$
-22.33	-25.0	-11.17	-12.5	-23.67	-23.67
-22.67	-31.0	-11.34	-15.5	-26.84	
-21.33	-40.0	-10.67	-20.0	-30.76	

Критерий Ходжа-Лемана рекомендует вариант E_1 (полная проверка) – так же как и ММ-критерий. Смена рекомендуемого варианта происходит только при $\nu = 0.94$. Поэтому равномерное распределение состояний рассматриваемой машины должно распознаваться с очень высокой вероятностью, чтобы его можно было выбрать по большему математическому ожиданию. При этом число реализаций решения всегда остаётся произвольным.

Критерий Гермейера при $q_j = 0.33$ даёт следующий результат (в 10^3):

$\ e_{ij}\ $			$\ e_{ij}q_j\ $			e_{ir} $= \min_j e_{ij}q_j$	$\max_i e_{ir}$
-20.0	-22.0	-25.0	-6.67	-7.33	-8.33	-8.33	-8.33
-14.0	-23.0	-31.0	-4.67	-7.67	-10.33	-10.33	
0	-24.0	-40.0	0	-8.0	-13.33	-13.33	

В качестве оптимального выбирается вариант E_1 . Сравнение вариантов с помощью величин e_{ir} показывает, что способ действия критерия Гермейера является даже более гибким, чем у ММ-критерия.

В таблице, приведенной ниже, решение выбирается в соответствии с BL(ММ)-критерием при $q_1=q_2=q_3=1/3$ (данные в 10^3).

Находим $e_{i_0j_0} = \max_i \min_j e_{ij} = -25, i_0 = 1, j_0 = 3$

			Столбец1		Столбец2		Столбец3
$\ e_{ij}\ $			$\sum_j e_{ij}q_j$	$\min_j e_{ij}$	$e_{i_0j_0} - \min_j e_{ij} =$ $= -25 - \min_j e_{ij}$	$\max_j e_{ij}$	$\max_j e_{ij} - \max_j e_{i_0j} =$ $= \max_j e_{ij} - (-20)$
-20.0	-22.0	-25.0	-22.33	-25	0	-20.0	0
-14.0	-23.0	-31.0	-22.67	-31	+6.0	-14.0	+6.0
0	-24.0	-40.0	-21.33	-40	+15.0	0	+20.0

Вариант E_3 (отказ от проверки) принимается этим критерием только тогда, когда риск приближается к $e_{i_0j_0} = 15 \times 10^3$, так как значение в столбце 3 больше значения в столбце 2 третьей строки. В противном случае оптимальным оказывается E_1 . Во многих технических и хозяйственных задачах допустимый риск бывает намного ниже, составляя обычно только незначительный процент от общих затрат. В подобных случаях бывает особенно ценно, если неточное значение распределения вероятностей сказывается не очень сильно. Если при этом оказывается невозможным установить допустимый риск ε заранее, не зависимо от принимаемого решения, то помочь может вычисление ожидаемого риска. Тогда становится возможным подумать, оправдан ли подобный риск.

Результаты применения критерия произведения при $a = 41 \cdot 10^3$ и $a = 200 \cdot 10^3$ имеют вид:

	$\ e_{ij} + a\ $			$e_{ir} = \prod_j e_{ij}$	$\max_i e_{ir}$
a=41	+21	+19	+16	6384	6384
	+27	+18	+10	4860	
	+41	+17	+1	697	
a=200	+180	+178	+175	5607	
	+186	+177	+169	5563	
	+200	+176	+160	5632	5632

Условие $e_{ij} > 0$ для данной матрицы не выполнимо. Поэтому к элементам матрицы добавляется (по внешнему произволу) сначала $a = 41 \cdot 10^3$, а затем $a = 200 \cdot 10^3$.

Для $a = 41 \cdot 10^3$ оптимальным оказывается вариант E_1 , а для $a = 200 \cdot 10^3$ – вариант E_3 , так что зависимость оптимального варианта от a очевидна.

Задания для самостоятельного решения

1. Принятие решений в условиях экономического риска. Найти оптимальное решение для матрицы

	F_1	F_2	F_3	F_4
E_1	7	9	$m+1$	$m+2$
E_2	$8+n$	9	11	$3+n$
E_3	12	14	$m+n+2$	13
E_4	$m+3$	$2+n$	9	12

Вероятности q_j появления внешнего состояния F_j равны 0.3, 0.2, 0.4, 0.1 соответственно.

Здесь m – предпоследняя цифра, n – последняя цифра номера зачетной книжки.

2. Принятие решений в условиях экономического риска. Найти оптимальное решение для матрицы

	F_1	F_2	F_3	F_4	F_5
E_1	4	6	2	7	$m+1$
E_2	2	4	3	10	2
E_3	4	2	$1+n$	$8-n$	3
E_4	4	$1+m$	2	6	3

Вероятности q_j появления внешнего состояния F_j равны 0.2, 0.1, 0.5, 0.05, 0.15 соответственно.

Однокритериальная задача при неопределённости

Рассмотрим задачу принятия решения x из некоторого множества X , для которого скалярный критерий $f(x, y)$ достигает возможно *большого* значения. При этом ЛПР должен учитывать действие помех, ошибок и другого вида неопределенностей y , о которых известно лишь, что они принимают значение из заданного множества Y .

В ней ЛПР за счет выбора своей стратегии $x \in X$ стремится к возможно большему значению своей функции выигрыша $f(x, y)$. При этом он вынужден учитывать возможность появления любой неопределенности $y \in Y$, о которой игроку известны лишь границы изменения.

Таким образом, рассматривается однокритериальная задача

$$X, Y, f(x, y) \quad (1)$$

В задаче (1) $f(x, y)$, определена на $X \times Y$ и называемой *критерием* для ЛПР — функцией выигрыша игрока (это может быть доход для продавца, для покупателя — сумма сэкономленных денег, количество закупленного товара, время достижения цели и другие факторы, оценивающие исход принятия решения).

ЛПР выбирает и использует свою стратегию $x \in X$. Одновременно с этим и независимо от такого выбора реализуется некоторая конкретная неопределенность $y \in Y$. На полученной паре (x, y) из $X \times Y$ критерий $f(x, y)$ принимает конкретное значение, называемое *исходом* для ЛПР (выигрышем игрока). Для определенности будем считать, что ЛПР стремится к возможно большему исходу

Будем считать, что множества X и Y замкнуты и ограничены, скалярная функция $f(x, y)$ непрерывна по совокупности переменных на $X \times Y$.

Максимин (максиминная полезность по Вальду или гарантированный результат)

В качестве рекомендуемой стратегии $x^s \in X$ здесь предлагается выбирать *максиминную стратегию*, определяемую первым равенством из

$$\max_{x \in X} \min_{y \in Y} f(x, y) = \min_{y \in Y} f(x^s, y) = f^s \quad (2)$$

Если игрок выбрал и использовал какую-либо произвольную стратегию $x \in X$, то он "гарантирует себе" значение критерия $\min_{y \in Y} f(x, y) = f[x]$ при любой неопределенности $y \in Y$. Данный факт следует из неравенства

$$f[x] = \min_{y \in Y} f(x, y) \leq f(x, y) \quad \forall y \in Y$$

Естественно стремление игрока к наибольшей такой гарантии f^g . Она реализуется на стратегии $x^g \in X$. Таким образом, применение принципа максимина приводит к f^g — наибольшей (максимальной) из всех возможных гарантий $f[x]$.

Минимаксное сожаление

Каждой неопределенности $y^* \in Y$ поставим в задаче (1) в соответствие число $\max_{x \in X} f(x, y^*)$. Таким образом, игрок определяет для себя наибольшее значение функции выигрыша при каждой возможной неопределенности $y^* \in Y$. Далее игрок строит разность между указанным наибольшим значением критерия $f(x, y^*)$ и значением этого же критерия при любом решении $x \in X$, то есть

$$\max_{z \in X} f(z, y^*) - f(x, y^*) \quad (3)$$

где y^* — фиксированная неопределенность. Тем самым игрок численно оценивает свое "сожаление" о том, что он использует x , а не $\bar{x} = \arg \max_{x \in X} f(x, y^*)$. Очевидно, что "сожаление" будет равно нулю, если выбрана стратегия \bar{x} при неопределенности y^* . Разность (3) называется также *функцией риска (функцией сожаления)* игрока, а ее значение на конкретной паре $(x, y^*) \in X \times Y$ — *риском* игрока при использовании им стратегии $x \in X$ и реализации неопределенности $y^* \in Y$. Риск возникает в связи с тем, что игрок не знает точно, какая неопределенность $y^* \in Y$ может реализоваться.

Затем игрок стремится выбрать такую стратегию $x \in X$, при которой риск ("сожаление") был бы возможно *меньшим*. Для этого применяется описанный выше принцип максимина к следующей задаче

$$\min_{x \in X} \max_{y \in Y} f(x, y) - \min_{z \in X} \max_{y \in Y} f(z, y)$$

что приводит к

$$\max_{x \in X} \min_{y \in Y} \Phi(x, y) = \max_{y \in Y} \Phi(x^*, y)$$

где *функция* риска (сожаления) $\Phi(x, y) = \max_{z \in X} f(z, y) - f(x, y)$

Пример. Рассмотрим задачу о диверсификации единичного вклада по двум депозитам: рублевому и в валюте

Построим явный вид гарантированных по выигрышам и рискам решений в этой задаче.

Наращенную сумму такого вклада на конец года можно представить в виде

$$f(x, y) = x(1+r) + \frac{1-x}{K_0}(1+d)y \quad (4)$$

где

r и d — процентные ставки по рублевому и валютному депозитам соответственно;

K_0 и y — курс валюты (к рублю) в начале и в конце года;

$x \in [0, 1]$ — дробь, определяющая пропорцию, в которой вклад разделяется на рублевую и валютную часть.

Таким образом, x есть доля рублевого вложения, а остаток $1-x$ вкладчик конвертирует в валюту $(1-x)/K_0$ и помещает ее на валютный депозит. В конце года с помощью обратной конвертации по курсу y валюта переводится в рубли, и итоговая наличность определяется суммой $f(x, y)$. Для вкладчика требуется определить пропорцию x , при которой итоговая

сумма $f(\epsilon, y)$ будет возможно большей. При этом следует учесть, что будущий курс валюты y , как правило, неизвестен. Он может быть задан коридором возможных значений, именно $y \in [a, b]$, где $b > a > 0$ — заданные постоянные. Рассмотрим теперь задачу инвестора: найти пропорцию x^0 , при которой его суммарная наличность в конце года $f(\epsilon, y)$ будет возможно большей, ориентируясь при этом на любой возможный курс y в заданном промежутке $[a, b]$ заметим, что постоянные r, K_0, d, a, b положительны и заданы априори.

Математическая модель для задачи о диверсификации приобретает вид

$$\mathcal{X} = [0, 1], Y = [a, b], f(\epsilon, y) \quad (5)$$

где функция $f(\epsilon, y)$ имеет вид (4)

Максимин

При построении максимина функции $f(\epsilon, y)$ учитываем, что при всех $x \in [0, 1]$ величина $\frac{1+d}{K_0}(\epsilon - x) \geq 0$ и функция $[1+r - (\epsilon + d)q / K_0]x$ линейна по $x \in [0, 1]$, следовательно, её максимальное значение $1+r - (\epsilon + d)q / K_0$ достигается в граничных точках $x = 0$ или $x = 1$.

Найдём для $f(x, y)$ максимин

$$\begin{aligned} f^s &= \max_{x \in [0, 1]} \min_{y \in [a, b]} f(\epsilon, y) = \max_{x \in [0, 1]} \min_{y \in [a, b]} \left[x(\epsilon + r) + (\epsilon - x) \frac{1+d}{K_0} y \right] = \\ &= \max_{x \in [0, 1]} \left[x(\epsilon + r) + \min_{y \in [a, b]} (\epsilon - x) \frac{1+d}{K_0} y \right] = \\ &= \begin{cases} \frac{1+d}{K_0} a + \sup_{x \in [0, 1]} \left((\epsilon + r) - \frac{1+d}{K_0} a \right) x & \text{при } x \in [0, 1] \\ 1+r, & \text{при } x = 1 \end{cases} \end{aligned}$$

Получаем максиминную стратегию

$$x^g = \begin{cases} 1 & \text{при } K_0(1+r) \geq a(1+d) \\ 0 & \text{при } K_0(1+r) < a(1+d) \\ \forall x \in [0,1] & \text{при } K_0(1+r) = a(1+d) \end{cases}$$

$$f^g = \begin{cases} 1+r, & \text{при } K_0(1+r) \geq a(1+d) \\ (1+d)a/K_0, & \text{при } K_0(1+r) < a(1+d) \end{cases}$$

Для задачи (5) гарантированное по выигрышам решение (x^g, f^g) имеет вид

$$(x^g, f^g) = \begin{cases} (1+r) & \text{для } 1+r > \frac{a}{K_0}(1+d) \\ \left(0, \frac{a}{K_0}(1+d)\right) & \text{для } 1+r < \frac{a}{K_0}(1+d) \\ \left(x, \frac{a}{K_0}(1+d)\right) & \text{для } 1+r = \frac{a}{K_0}(1+d) \text{ и } \forall x \in [0,1] \end{cases}$$

Риск безвозвратных возможностей

Ранее рассматривались ситуации, в которых до принятия решения была известна информация о возможных состояниях среды (природы) P_j , $j = \overline{1, n}$ и вероятностях появления этих состояний. Однако встречаются ситуации, в которых получение информации, необходимой для принятия решения, происходит в момент или после принятия решения. Такие ситуации связаны с распределённым во времени потоком возможностей, обладающих определёнными характеристиками, из которых выбирают лучшую, но эти характеристики становятся известными только в момент выбора. Риск, сопровождающий такие ситуации, называется риском безвозвратных возможностей.

К такой задаче приводят реальные ситуации, в том числе главная рыночная проблема, которую можно сформулировать для продавца и покупателя

- для покупателя: купить предложенный товар или продолжить поиск дешёвого, рискуя потерять возможность покупки по предложенной цене;

- для продавца; продать продукцию желающему приобрести её покупателю или продолжить поиск другого покупателя с целью получения большего количества денег, но рискуя потерять предыдущего покупателя.

В таком случае, оптимальной будет следующая стратегия: пропустить какое-то количество предложений, накопить информацию об их характеристиках, сделать вывод о лучшей характеристике, т.е. выбрать лидера. После этого выбирают либо первую партию, с характеристиками, лучшими, чем у лидера, или последнюю. Вопрос состоит в том, как долго нужно накапливать информацию, т.е. сколько возможностей нужно пропустить. Соответствующие расчёты позволяют составить таблицу для определения количества предложений, начиная с которых следует делать выбор.

n	S	P(S,n)	n	S	P(S,n)
1	1	1	40	16	0.376
2	1	0.5	50	19	0.374
3	2	0.5	60	21	0.373
4	2	0.458	70	24	0.373
5	3	0.433	80	31	0.372
10	4	0.399	90	32	0.371
20	8	0.384	100	38	0.371
30	12	0.380	>100	n/e	0.368

В таблице n число возможностей; S – номер возможности или предложения начиная с которого следует принимать решение; P(S,n) – вероятность выбрать лучшее предложение, чем выявленный лидер среди (S–1) предложений.

Из таблицы видно, что вероятность выбора оптимальной стратегии не может быть больше 0,368. Она кажется не очень высокой, но при любой другой стратегии игрока в условиях такого риска она ещё меньше.

Можно показать, что при $n > 100$

$$S \approx n/e ,$$

где $e \approx 2.72$. Т.е. при большом количестве возможностей количество пропущенных предложений оценивается путем деления общего числа предложений на 2,72 и отниманием 1.

Пример. Оптовик прибыл на распродажу для покупки некоторого товара. У него есть 5 часов. Предложения приходят в среднем с интервалом 15 минут. Цены изменяются от предложения к предложению, не имея чётко выраженной тенденции во времени. Необходимо спланировать оптимальную стратегию при покупке товара.

Решение. 5 часов = 20 интервалов по 15 минут, т.е. $n=20$. Из таблицы видно, что для $n=20$ $S=8$. Т.е. нужно пропустить $8-1=7$ интервалов или 1 час 45 минут, выявить лидера, и за оставшееся время купить первый товар по меньшей цене, чем у лидера или последний.

Задания для самостоятельного решения.

Задача 1.

Фирма хочет снять помещение под офис и даёт объявление в газету с указанием времени, в которое можно звонить по этому вопросу. Для принятия решения у фирмы есть неделя. Как правило, при поступлении предложения, если оно сразу не принимается, то вернуться к нему уже нельзя. Ответственный за это мероприятие определил, что звонки поступают в среднем каждые $10+i$ минут с 13.00 до 20.00. Какую следует выбрать стратегию, чтобы с наибольшей вероятностью выбрать хорошее предложение.

Задача 2.

Оптовик прибыл на распродажу товаров. Он знает, что на продажу будет выставлено примерно $30+i$ партий, но количество изделий в каждой партии ему становится известной только в момент объявления о продаже. Его цель – купить наибольшую партию, но купить он может только одну партию. Как ему спланировать оптимальную стратегию покупки товара?

V. Функция полезности Неймана-Моргенштерна

Основные определения и аксиомы

Обоснование выбора решения в предыдущих главах выполнялось с позиции объективиста. Если же ЛПР – субъективист, то он будет руководствоваться индивидуально определенным безусловным денежным эквивалентом(БДЭ). Поясним смысл этой величины. Рассмотрим ситуацию, когда игрок с вероятностью 0,8 выигрывает 40 дол. и с вероятностью 0,2 проигрывает 20 дол. Попробуем выяснить, за какую сумму ЛПР уступит свое право участвовать в игре. Как отмечалось, объективист пользуется правилом: $БДЭ = ОДО(\text{ожидаемая денежная оценка}) = 0,8 \cdot 40 + 0,2 \cdot (-20) = 28 \text{ дол.}$ Поэтому свое право на игру он уступит не менее чем за 28 дол. Субъективист, как правило, готов уступить свое право на игру за меньшую сумму, поскольку для него $БДЭ < ОДО$. Причинами такого поведения могут быть:

- финансовое состояние игрока (возможно, он на грани банкротства и ему необходимы денежные средства);
- отношение игрока к риску вообще (склонность к риску);
- настроение или состояние здоровья игрока;
- множество других, даже непосредственно не относящихся к бизнесу причин.

Величина БДЭ может изменяться со временем в зависимости от обусловленных указанными причинами обстоятельств. Например, в случае

катастрофической нехватки финансовых средств (наличных денег) право на игру можно уступить и за более низкий эквивалент.

Исследуем реалистичность критерия выбора решения, основанного на расчете ОДО. Рассмотрим две альтернативы (лотереи):

1) выигрыш 1 000 000 дол. с вероятностью 1;

2) игра (лотерея): выигрыш 2 100 000 дол. с вероятностью 0,5 и проигрыш 50 000 дол. с вероятностью 0,5. В этом случае

$$\text{ОДО} = 0,5 * 2\,100\,000 - 0,5 * 50\,000 = 1\,025\,000 \text{ дол.}$$

Относительно получаемого среднего выигрыша указанные альтернативы практически эквивалентны, и если игрок безразличен к риску, он выберет вторую альтернативу. Если он к риску не безразличен, а подавляющее число людей именно таковыми являются, то выбор будет зависеть главным образом от финансового состояния игрока. Игроки, имеющие скромный денежный доход, предпочтут не рисковать и выберут гарантированный выигрыш. Для ЛПР, обладающего достаточно крупным капиталом, проигрыш в 50 000 дол. невелик, и он предпочтет рискнуть. Рисковать будут также игроки, патологически склонные к финансовым авантюрам.

Методология рационального принятия решений в условиях неопределенности, основанная на функции полезности индивида, опирается на пять аксиом, которые отражают минимальный набор необходимых условий непротиворечивого и рационального поведения игрока. Для компактного изложения аксиом нам потребуется следующее определение.

Определение 1. Предположим, что конструируется игра, в которой индивид с вероятностью α получает денежную сумму x и с вероятностью $(1 - \alpha)$ — сумму z . Эту ситуацию будем обозначать $G(x, z; \alpha)$.

Аксиома 1. Аксиома сравнимости (полноты). Для всего множества S возможных исходов индивид может сказать, что либо $x \succ y$ (исход x предпочтительнее исхода y), либо $y \succ x$, либо $x \sim y$ (индивид безразличен в отношении к выбору между x и y). Запись $x \succeq y$ означает, что исход x

предпочтительнее исхода y либо индивид безразличен в отношении к выбору между x и y .

Аксиома 2. Аксиома транзитивности (состоятельности). Если $x \succ y$ и $y \succ z$, то $x \succ z$. Если $x \sim y$ и $y \sim z$, то $x \sim z$.

Аксиома 3. Аксиома сильной независимости. Предположим, что мы конструируем игру (в которой индивид с вероятностью α получает денежную сумму x и с вероятностью $(1 - \alpha)$ — сумму $z - G(x, z; \alpha)$). Если индивид безразличен в отношении к выбору между x и y ($x \sim y$), то он также будет безразличен в отношении к выбору между игрой (лотереей) $G(x, z; \alpha)$ и игрой $G(y, z; \alpha)$, т.е. из $x \sim y$ следует $G(x, z; \alpha) \sim G(y, z; \alpha)$.

Аксиома 4. Аксиома измеримости. Если $x \succ y \sim z$ или $x \sim y \succ z$, то существует единственная вероятность α , такая, что $y \sim G(x, z; \alpha)$.

Поясним смысл этой аксиомы. Пусть, например, имеем три исхода: $x = 1000$; $y = 0$; z означает смерть игрока. Исходя из здравого смысла смерть нельзя сравнивать ни с каким выигрышем, и соответствующего этому исходу значения вероятности α существовать не может. Однако в жизни бывают ситуации, когда некий проигрыш равнозначен смерти. Тогда утверждение $y \sim G(x, z; \alpha)$ можно считать справедливым для некоторого значения $0 \leq \alpha \leq 1$.

Аксиома 5. Аксиома ранжирования. Если альтернативы y и u находятся по предпочтительности между альтернативами x и z ($z \succ \{y, u\} \succ x$) и можно построить игры, такие, что индивид безразличен в отношении к выбору между y и $G(x, z; \alpha_1)$, а также к выбору между u и $G(x, z; \alpha_2)$, то при $\alpha_1 > \alpha_2$ — $y \succ u$.

Поясним смысл этой аксиомы. Пусть существуют следующие альтернативы: $x = 1000$; $y = 500$; $u = 200$; $z = -10$. Пусть эквивалентны две пары ситуаций, одна из которых неигровая, а другая игровая:

1) гарантированно получить 500 или игра: с вероятностью α_1 , выиграть 1000 и с вероятностью $(1 - \alpha_1)$ проиграть 10, т.е.

$$500 \sim G(1000, -10; \alpha_1);$$

2) гарантированно получить 200 или игра: с вероятностью α_2 выиграть 1000 и с вероятностью $(1 - \alpha_2)$ проиграть 10, т.е.

$$200 \approx G(1000, -10; \alpha_2).$$

Очевидно, что при указанных условиях $\alpha_1 > \alpha_2$. Если $\alpha_1 = \alpha_2$, то $y \approx u$.

Утверждение аксиомы вполне соответствует здравому смыслу: чем больше вероятность крупного выигрыша, тем больше игра «стоит», т.е. тем большая плата потребуется за приобретение права участвовать в этой игре.

Если принять приведенные аксиомы и предположить, что люди предпочитают большее количество некоторого блага меньшему, то все это в совокупности определяет рациональное поведение ЛПР.

При названных предположениях американскими учеными Дж. Нейманом и О. Morgenштерном было показано, что ЛПР при принятии решения будет стремиться к максимизации ожидаемой полезности. Другими словами, из всех возможных решений он выберет то, которое обеспечивает наибольшую ожидаемую полезность. Сформулируем определение полезности по Нейману-Моргенштерну.

Определение 2. Полезность — это некоторое число, приписываемое лицом, принимающим решение, каждому возможному исходу. Функция полезности Неймана - Моргенштерна для ЛПР показывает полезность, которую он приписывает каждому возможному исходу. У каждого ЛПР своя функция полезности, которая показывает его предпочтение к тем или иным исходам в зависимости от его отношения к риску.

Определение 3. Ожидаемая полезность события равна сумме произведений вероятностей исходов на значения полезностей этих исходов.

Проиллюстрируем практическую реализацию введенных понятий на примере расчета ОДО и сопоставления этого значения с полезностью.

Задача 1. Нефтеперерабатывающая фирма решает вопрос о бурении скважины. Известно, что если фирма будет бурить, то с вероятностью 0,6 нефти найдено не будет; с вероятностью 0,1 запасы месторождения составят 50 000 т; с вероятностью 0,15 -100 000 т; с вероятностью 0,1 — 500 000 т; с

вероятностью 0,05 — 1 000 000 т. Если нефть не будет найдена, то фирма потеряет 50 000 дол.; если мощность месторождения составит 50 000 т, то потери снизятся до 20 000 дол.; мощность месторождения в 100 000 т принесет прибыль 30 000 дол.; 500 000 т — 430 000 дол.; 1 000 000 т — 930 000 дол. Дерево решений данной задачи представлено на рис. 1. Нетрудно рассчитать ожидаемое значение выигрыша:

$$\text{ОДО} = 0,6(-50\ 000) + 0,1(-20\ 000) + 0,15 \cdot 30\ 000 + 0,1 \cdot 430\ 000 + 0,05 \cdot 930\ 000 = 62\ 000 \text{ дол.}$$

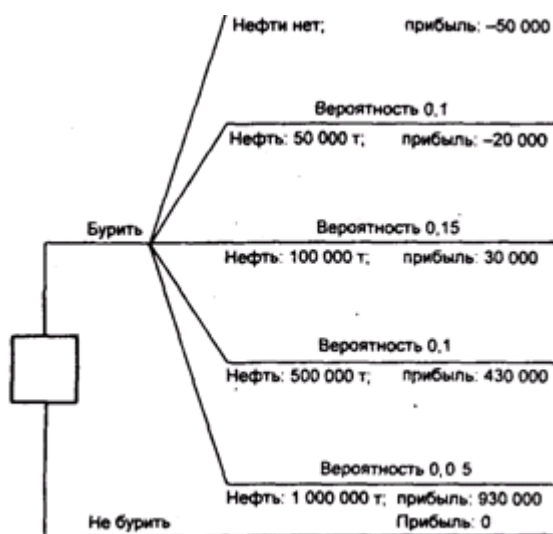


Рис. 1. Дерево решений для задачи 1 (прибыль указана в долларах)

Если ЛПР, представляющий фирму, безразличен к риску и принимает решение о проведении буровых работ на основании рассчитанного ОДО, то он воспринимает ожидаемую полезность как пропорциональную ОДО, полагая $U = 62$. Учитывая, что U — индивидуальное число, характеризующее ЛПР, нули, отвечающие расчету ОДО, можно отбросить. В этом случае функция полезности $U(v)$, где v — прибыль, получаемая при различных исходах, является прямой с положительным наклоном. Ниже будет показано, что U можно задавать с точностью до некоторого монотонного преобразования.

Для принятия решения в случае безразличия ЛПР к риску необходимо уметь оценивать значения полезности каждого из допустимых исходов.

Дж. Нейман и О. Morgenштерн предложили процедуру построения индивидуальной функции полезности, которая (процедура) заключается в следующем: ЛПР отвечает на ряд вопросов, обнаруживая при этом свои индивидуальные предпочтения, учитывающие его отношение к риску. Значения полезностей могут быть найдены за два шага.

Шаг 1. Присваиваются произвольные значения полезностей выигрышам для худшего и лучшего исходов, причем первой величине (худший исход) ставится в соответствие меньшее число. Например, для приведенной выше задачи $U(-50\ 000 \text{ дол.}) = 0$, а $U(930\ 000 \text{ дол.}) = 50$. Тогда полезности промежуточных выигрышей будут находиться в интервале от 0 до 50. Полезность исхода даже для одного индивида определяется не однозначно, а с точностью до монотонного преобразования. Пусть, например, имеем x_1, x_2, \dots, x_n - полезности, приписываемые n ожидаемым значениям выигрышей. Тогда $\alpha + \beta x_1, \alpha + \beta x_2, \dots, \alpha + \beta x_n$ (где $\beta > 0$) также будут полезностями. Если в задаче 1 при расчете полезности отбросить последние нули, это будет эквивалентно линейному преобразованию функции полезности при $\alpha = 0$ и $\beta = 0,001$.

Шаг 2. Игроку предлагается на выбор: получить некоторую гарантированную денежную сумму v , находящуюся между лучшим и худшим значениями S и s , либо принять участие в игре, т.е. получить с вероятностью p наибольшую денежную сумму S и с вероятностью $(1 - p)$ — наименьшую сумму s . При этом вероятность следует изменять (понижать или повышать) до тех пор, пока ЛПР станет безразличным в отношении к выбору между получением гарантированной суммы и игрой. Пусть указанное значение вероятности равно p_0 . Тогда полезность гарантированной суммы определяется как среднее значение (математическое ожидание) полезностей наименьшей и наибольшей сумм, т.е.

$$U(v) = p_0 U(S) + (1 - p_0)U(s). \quad (1)$$

Рассчитаем полезность результатов любого из возможных исходов для задачи 1. Пусть для ЛПР безразлично: потерять 20 000 дол. или принять участие в игре (выигрыш 930 000 дол. с вероятностью 0,1 или проигрыш 50 000 дол. с вероятностью 0,9). Согласно формуле (4.1) имеем:

$$U(-20) = 0,1 U(930) + 0,9 U(-50) = 5,$$

при этом по определению принято, что $U(-50) = 0$, $U(930) = 50$, откуда следует, что $U(-20) = 5$.

Таким образом, если определена шкала измерения, то может быть построена функция полезности ЛПР (рис. 4.2).

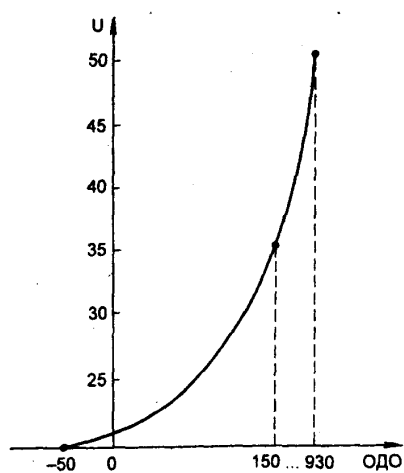


Рис. 2. График полезности для задачи 1

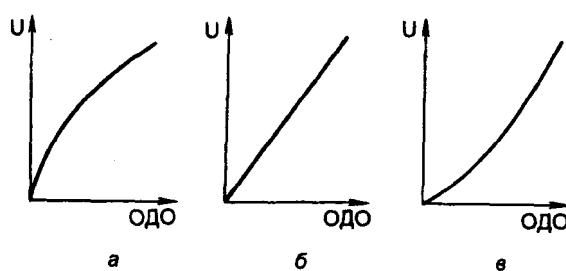


Рис. 3. Типы функции полезности Неймана — Моргенштерна для ЛПР, не склонного к риску (а), безразличного к риску (б), склонного к риску (в)

В общем случае график функции полезности может быть трех типов (рис. 3):

- для ЛПР, не склонного к риску, — строго вогнутая функция, у которой каждая дуга кривой лежит выше своей хорды (рис. 3 а);
- для ЛПР, безразличного к риску, — прямая линия (рис. 3 б),
- для ЛПР, склонного к риску, — строго выпуклая функция, у которой каждая дуга кривой лежит ниже своей хорды (рис. 3 в).

Измерение отношения к риску

Исследуем график функции полезности ЛПР, не склонного к риску, представленной на рис. 4. Для такого типа ЛПР полезность среднего выигрыша (полезность ОДО) больше ожидаемой полезности игры: с вероятностью p выиграть M_1 и с вероятностью $(1 - p)$ выиграть M_2 .

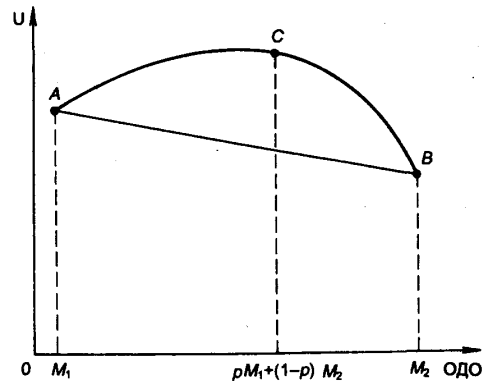


Рис. 4. График функции полезности ЛПР, не склонного к риску

Формально мы имеем график вогнутой функции, о которой известно, что ордината любой точки кривой больше ординаты точки хорды кривой. Определим соотношение, характеризующее ЛПР, не склонного к риску. Нетрудно видеть, что

$U(M_1)$ - значение полезности в точке A ;

$U(M_2)$ - значение полезности в точке B ;

$U(pM_1 + (1 - p)M_2)$ - значение полезности в точке C .

Уравнение хорды AB имеет вид:

$$U_1 = a + bM,$$

где U_1 - совокупность точек, лежащих на отрезке прямой.

Найдем значения параметров a и b уравнения прямой.

В точке A имеем $U(M_1) = a + bM_1$.

В точке B имеем $U(M_2) = a + bM_2$.

Вычитаем из первого выражения второе, исключая величину a :

$$U(M_1) - U(M_2) = b(M_1 - M_2),$$

откуда получаем:

$$b = \frac{U(M_1) - U(M_2)}{M_1 - M_2}$$

$$a = U(M_1) - bM_1 = U(M_1) - \frac{U(M_1) - U(M_2)}{M_1 - M_2}M_1 =$$

$$= \frac{M_1U(M_1) - M_2U(M_1) - M_1U(M_1) + M_1U(M_2)}{M_1 - M_2} = \frac{M_1U(M_2) - M_2U(M_1)}{M_1 - M_2}$$

После подстановки значений для параметров a и b уравнение хорды AB имеет вид:

$$U_1 = \frac{M_2U(M_1) - M_1U(M_2)}{M_2 - M_1} + \frac{U(M_2) - U(M_1)}{M_2 - M_1}M$$

где $M_1 \leq M \leq M_2$.

Пусть $M = pM_1 + (1 - p)M_2$, где $0 \leq p \leq 1$, тогда в точке C справедливо неравенство

$$U(pM_1 + (1 - p)M_2) > a + b(pM_1 + (1 - p)M_2)$$

Подставив в это неравенство вычисленные значения a и b , получим:

$$U(pM_1 + (1 - p)M_2) > \frac{M_2U(M_1) - M_1U(M_2)}{M_2 - M_1} + \frac{U(M_2) - U(M_1)}{M_2 - M_1}(pM_1 + (1 - p)M_2)$$

или

$$U(pM_1 + (1 - p)M_2) > pU(M_1) + (1 - p)U(M_2). \quad (2)$$

Неравенство (2) характерно для функции полезности ЛПР, не склонных к риску. Оно действительно показывает, что полезность среднего выигрыша (полезность ОДО) больше ожидаемой полезности игры: с вероятностью p выиграть M_1 и с вероятностью $(1 - p)$ выиграть M_2 .

Аналогично можно показать, что для функций полезности ЛПР, склонных к риску, справедливо неравенство

$$U(pM_1 + (1 - p)M_2) < pU(M_1) + (1 - p)U(M_2). \quad (3)$$

Для функций полезности ЛПР, безразличных (нейтральных) к риску, имеет место равенство

$$U(pM_1 + (1 - p)M_2) = pU(M_1) + (1 - p)U(M_2). \quad (4)$$

Склонность или несклонность ЛПР к риску, как уже отмечалось, зависит от его финансового положения, текущей ситуации принятия решения и других факторов. Иначе говоря, эта характеристика ЛПР не является абсолютной, присущей ему при любых обстоятельствах.

Приведем **пример игры**, по отношению к которой любой игрок не склонен к риску.

Петербургский парадокс (игра придумана петербургскими гусарами). Играют двое. Один бросает монету до тех пор, пока не выпадет «орел». Выигрыш равен $(2)^n$ руб., где n - число бросков до появления «орла». Ожидаемая величина выигрыша:

$$\text{ОДО} = 2(1/2) + (2)^2(1/4) + (2)^3(1/8) + \dots = 1+1+1+ \dots$$

Вряд ли какой-либо игрок согласится заплатить за право участвовать в этой игре сумму, равную ОДО: эта сумма бесконечно велика.

Предположим теперь, что имеет место игра (лотерея) с альтернативами a и b , т.е. $G(a,b: \alpha)$. Исследуем проблему, как целесообразнее поступить ЛПР: играть или получить гарантированный выигрыш, равный ожидаемому выигрышу. Пусть функция полезности игрока определена как $U(W) = \ln(W)$, где W - величина благосостояния. Пусть игра заключается в выигрыше 5 дол. с вероятностью 0,8 и в выигрыше 30 дол. с вероятностью 0,2. Ожидаемая величина выигрыша (ОДО):

$$E(W) = 5*0,8 + 30*0,2 = 10 \text{ дол.}$$

Для указанной логарифмической функции полезности имеем зависимость, выраженную в табл. 1.

Таблица 1

W	1	5	10	20	30
$U(W)$	0	1,6	2,30	3,0	3,40

Рассчитаем полезность ОДО для данной игры:

$$U(E(W)) = U(10) = \ln(10) = 2,3,$$

т.е. полезность отказа от игры при получении гарантированного выигрыша, равного 10 дол. (ОДО данной игры), оценивается в 2,3 ютиля (ютиль – условная единица полезности). Если ЛПР предпочтет игру, то

$$E(U(W)) = 0,8U(5) + 0,2U(30) = 0,8*1,61 + 0,2*3,40 = 1,97 \text{ ютиля.}$$

Для рассмотренной логарифмической функции полезности большей полезностью обладает вариант с получением гарантированного выигрыша, равного $E(W)=\text{ОДО}$, а не участие в игре ($2,3 > 1,97$). Такое лицо, принимающее решение, не склонно к риску.

Выводы. Из соотношении (2) – (4) вытекает:

- если $U(E(W)) > E(U(W))$, игрок не склонен к риску;
- если $U(E(W)) = E(U(W))$, игрок нейтрален (безразличен) к риску;
- если $U(E(W)) < E(U(W))$, игрок склонен к риску.

Здесь E и U - соответственно символы математического ожидания и функции полезности.

Страхование от риска

Пусть по-прежнему полезность выражается логарифмической зависимостью $U(W) = \ln(W)$ (см. табл. 1).

Определим, какую максимальную сумму пожелает заплатить ЛПР, чтобы избежать игры, в которой с вероятностью 0,8 он выигрывает 5 дол. (уменьшение выигрыша на 5 дол. по сравнению с ОДО = 10 дол.) и с вероятностью 0,2 выигрывает 30 дол. (увеличение выигрыша на 20 дол. по сравнению с ОДО). Значение ожидаемой полезности игры составляет 1,97 ютиля, что соответствует гарантированному выигрышу 7,17 дол. ($\ln 7,17 = 1,97$). С другой стороны, сумма ожидаемого выигрыша в случае игры (ОДО) равна 10 дол. Поэтому, чтобы избежать игры, ЛПР согласится заплатить максимальную сумму, равную

$$10 - 7,17 = 2,83 \text{ дол.}$$

Из этого следует, что, если ЛПР предлагают застраховаться от игры и просят за это сумму, меньшую, чем 2,83 дол., ему выгодно принять предложение. В

данном случае величина, равная 2,83 дол., - премия (максимальная плата) за риск.

Рассмотрим некоторые приложения теории полезности.

Задача 2. Оптимальная величина страхования. Ювелир владеет бриллиантом стоимостью 100 000 дол. и желает застраховать его от кражи. Страховка покупается по правилу: цена страховки составляет 20 % от суммы, которую страхуют. Например, если бриллиант страхуется на всю стоимость (100 000 дол.), страховка стоит 20 000 дол., если страхуется на половину цены (50 000 дол.), то страховка обходится в 10 000 дол. Если ювелир будет знать (построит) свою функцию полезности, он сможет рассчитать, на какую оптимальную сумму следует застраховать дорогую вещь.

Ювелир может оказаться в одной из двух ситуации: 1) бриллиант украден; 2) бриллиант не украден. Чем больше сумма страхования, тем больше его состояние (капитал), если бриллиант украден, но тем меньше его состояние, если бриллиант не украден.

Например, если бриллиант застрахован на 50 000 дол., имеют место два случая:

1. Бриллиант украден. При этом потери ювелира рассчитываются следующим образом:

-100 000 (бриллиант) - 10 000 (страховка) + 50 000 (компенсация) = -60 000 дол., а капитал $50\,000 - 10\,000 = 40\,000$ дол.

2. Бриллиант не украден. В этом случае капитал ювелира составит:

$100\,000$ (бриллиант) - $10\,000$ (страховка) = $90\,000$ дол.

Если бриллиант застрахован на 100 000 дол., то в случае кражи бриллианта капитал составит $100\,000 - 20\,000 = 80\,000$ дол. Если бриллиант не украден, капитал также составит 80 000 дол. Обозначим капитал ювелира в случае, если бриллиант не украден, через Y_n :

$$Y_n = 100\,000 - 0,2K, \quad (5)$$

где K - сумма страхования (50000 или 100000).

Если бриллиант украден, то капитал ювелира определим как Y_i :

$$Y_t = 0,8 K.$$

Соответствующий график, отражающий бюджетное ограничение, представлен на рис. 5.

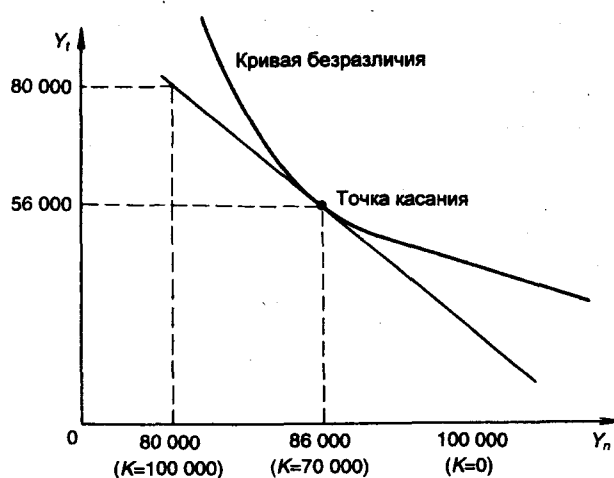


Рис. 5. Графическое решение задачи 2

Предположим, что можно экспертно определить вероятность p того, что бриллиант будет украден. Тогда полезность капитала Y_t , равна $U(Y_t)$. Вероятность того, что бриллиант не украден, составляет $(1-p)$, и $U(Y_n)$ - полезность капитала Y_n в этом случае.

Ожидаемая полезность U «игры» (с вероятностью p бриллиант украден и с вероятностью $(1-p)$ - не украден) определяется согласно формуле (1) выражением

$$U = pU(Y_t) + (1-p)U(Y_n).$$

Значения Y_t и Y_n следует выбирать таким образом, чтобы ожидаемая полезность была максимальной, т.е.

$$pU(Y_t) + (1-p)U(Y_n) \rightarrow \max.$$

Пусть точка касания кривой безразличия (линия одинаковой полезности) на рис. 5 соответствует $Y_n = 86\,000$ дол., $Y_t = 56\,000$ дол.

Тогда согласно формуле (5) имеем: $86\,000 = 100\,000 - 0,2K$, откуда оптимальная величина страхования $K = 70\,000$ дол.

Задача 3. Спрос на страхование. Пусть финансовое состояние индивида оценивается заданным значением W . Предполагается, что можно вычислить вероятность p потери некоторой части этого состояния, определяемой суммой L

$\leq W$ (например, в результате пожара). Индивид может купить страховой полис, в соответствии с которым ему возместят нанесенный ущерб в размере q . Плата за страхование составляет πq , где π - доля страхования в объеме нанесенного ущерба. Проблема состоит в определении значения q .

Исследуем задачу максимизации ожидаемой полезности финансового состояния индивида в ситуации, когда с вероятностью p страховой случай происходит и с вероятностью $(1-p)$ - не происходит. Тогда задача сводится к поиску максимума по q ожидаемой полезности капитала индивида:

$$\max_q [pU(W - L - \pi q + q) + (1-p)U(W - \pi q)]$$

Применим необходимое условие оптимальности - продифференцируем выражение в квадратных скобках по q и приравняем производную нулю:

$$pU'(W - L - \pi q^* + q^*)(1 - \pi) + (1 - p)U'(W - \pi q^*)(-\pi) = 0$$

где q^* - оптимальное значение q . В результате получаем:

$$\frac{U'(W - L - \pi q^* + q^*)}{U'(W - \pi q^*)} = \frac{(1 - p)\pi}{p(1 - \pi)} \quad (6)$$

Предполагая известным вид функции U , из соотношения (4.6) находим значение q^* .

Рассчитаем ожидаемую прибыль страховой компании, учитывая, что страховой случай имеет вероятностный характер.

Если страховой случай произошел, компания получает доход $\pi q - q$. Если страховой случай не наступил, компания получает доход πq . Поэтому ожидаемая прибыль компании

$$p(\pi q - q) + (1 - p)\pi q = p\pi q - pq + \pi q - p\pi q = q(\pi - p),$$

где p - вероятность наступления страхового случая.

Конкуренция между страховыми компаниями уменьшает прибыль, которая в условиях совершенной конкуренции стремится к нулю, т.е. из условия $q(\pi - p) = 0$ следует, что $\pi \rightarrow p$.

Это означает, что доля платежа от страхуемой суммы π приближается к вероятности несчастного случая p . Если соотношение $\pi = p$ ввести в условие максимума ожидаемой полезности, то получим:

$$U'(W - L + (1 - \pi)q^*) = U'(W - \pi q^*).$$

Если потребитель не склонен к риску, то $U''(W) < 0$, и из равенства первых производных следует равенство аргументов, т.е.

$$W - L + (1 - \pi)q^* = W - \pi q^*,$$

или

$$-L + q^* - \pi q^* = -\pi q^*,$$

откуда

$$q^* = L.$$

Вывод. Страховаться целесообразно на сумму, которую можно потерять в результате несчастного случая.

Задания для самостоятельного решения

Задача 1. Пусть начальный капитал ЛПР составляет 4\$, а его функция полезности денег $u(x) = \sqrt{x}$. Ему предлагают лотерею, в которой возможен выигрыш 12\$ с вероятностью 0,5 и нейтральный результат 0\$ также с вероятностью 0,5. Следует ли ЛПР принимать участие в лотерее? Сколько можно заплатить за право участия в лотерее?

Задача 2. Пусть начальный капитал ЛПР составляет 1000\$, а его функция полезности денег $u(x) = x^2$. ЛПР может принять участие в лотерее и выиграть 2000\$ с вероятностью 0,3 и ничего не выиграть с вероятностью 0,7. Стоит ли ЛПР принять участие в лотерее и сколько можно заплатить за участие в ней?

Задача 2. У предпринимателя есть возможность заключить один из двух контрактов. Известные оценки прогнозируемых значений дохода по каждому из этих контрактов и соответствующие значения вероятностей их получения.

Контракты		Доходы			
I	Величина	-20	0	10	40
	Вероятность	0,2	0,1	0,4	0,3
	Полезность	0	0,2	0,3	1
II	Величина	-10	10	20	40
	Вероятность	0,2	0,4	0,3	0,1
	Полезность	0,1	0,3	0,4	1

Необходимо выбрать лучший контракт с помощью: 1) математического ожидания; 2) по дисперсии; 3) по коэффициенту вариации; 4) по ожидаемой полезности. Построить график функции полезности предпринимателя на сегменте [-20,40].

Задача 3. Допустим, что функция полезности ЛПР логарифмическая $U(W) = \ln(W)$ и весь его капитал составляет 5 тыс. руб.

Возникают две ситуации:

1. С вероятностью 0,5 ЛПР может выиграть и проиграть 1 тыс. грн, т.е. в случае выигрыша капитал игрока составит 6 тыс.грн, проигрыша — 4тыс. грн. Есть ли смысл покупать страховой полис, устраняющий риск, за 125 грн.?

2. ЛПР рискнул, отказался от страхового полиса и проиграл 1 тыс. грн. Та же ситуация возникла во второй раз. Следует ли ему застраховаться от риска на прежних условиях (125 грн. за страховой полис). Что целесообразнее: приобрести полис или принять участие в игре?

Задача 4. В профессиональном теннисе нередко имеет место практика дележа призов за первое и второе места поровну между финалистами (тайный сговор до начала состязания). Например, если первый приз равен 100 000 дол., а второй - 32 000 дол., то каждый получает по 66 000 дол. ($66\ 000 = (100\ 000 + 32\ 000) / 2$). Определите:

- Если игрок склонен к риску и уверен, что его выигрыш и проигрыш равновероятны (50 %), то согласится ли он участвовать в дележе?

• Предположим, что функция полезности одного из игроков имеет вид, представленный на рис. 6. Пожелал бы такой игрок участвовать в дележе призов, если шанс выиграть составляет 50 %?

• Как правило, игроки, попавшие в финал, не соглашаются на предварительный дележ призов, поскольку они уверены в своей победе. Какова должна быть минимальная вероятность выигрыша, чтобы с представленной на рис. 6 функцией полезности рассчитывать на получение приза за первое место?

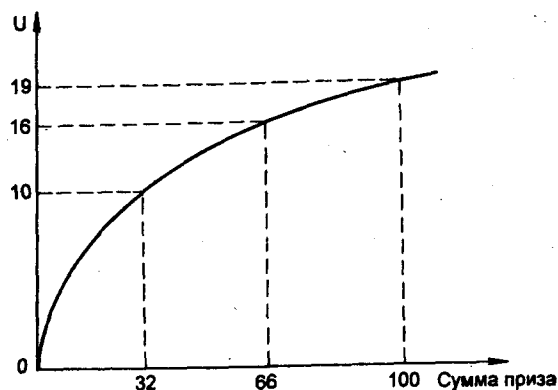


Рис. 6. Функция полезности одного из игроков в задаче 4

Литература

1. Балабанов И.Т. Риск-менеджмент.-М.: «Финансы и статистика», 1996.
2. Балабанов И.Т. Основы финансового менеджмента: Учеб. Пособие.-М.: Финансы и статистика, 1999.
3. Бланк И.А. Основы финансового менеджмента. –К.:Ника-Центр, 1999.
4. Герчигова И.Н. Финансовый менеджмент. – М.:АО «Консалтбанкир», 1996.
5. Дубров А.М. Моделирование рисков ситуации в экономике и бизнесе: Учеб. пособие/А.М. Дубров, Б.А. Лагоша, Е.Ю. Хрусталеv; Под ред. Б.А. Лагоши.— М.: Финансы и статистика, 2000.— 176 с.: ил.
6. Жуковский В.И. Риски при конфликтных ситуациях/ под ред. В.С. Молостова. М.:ЛЕНАНД, 2011. – 328 с.
7. Мушик Э., Мюллер П. Методы принятия технических решений. М.: Мир, 1990.-207с.
8. Шапкин А.С. Экономические и финансовые риски. Оценка, управление, портфель инвестиций:Монография. –М.Издательско-торговая корпорация «Дашков и К^о», 2003.-544 с.:ил.
9. Эддоус Э., Стэнсфилд Р. Методы принятия решений. М.:Аудит. 1997.-591с.
10. Економіко-математичне моделювання: Навч.посібн./ Тінгаєв О.А., Іванченко Є.А./ОІФ УДУФМТ.-Одеса: «Поліграф», 2010.-274 с.
11. Методичні вказівки і лабораторні роботи по курсу “Економічний ризик і методи його вимірювання” для студентів фаху “Прикладна математика та економічна теорія”. Укладач канд.фіз.-мат. наук, доцент В.П.Жолтіков. Одеса “АстроПринт”, 1999.